

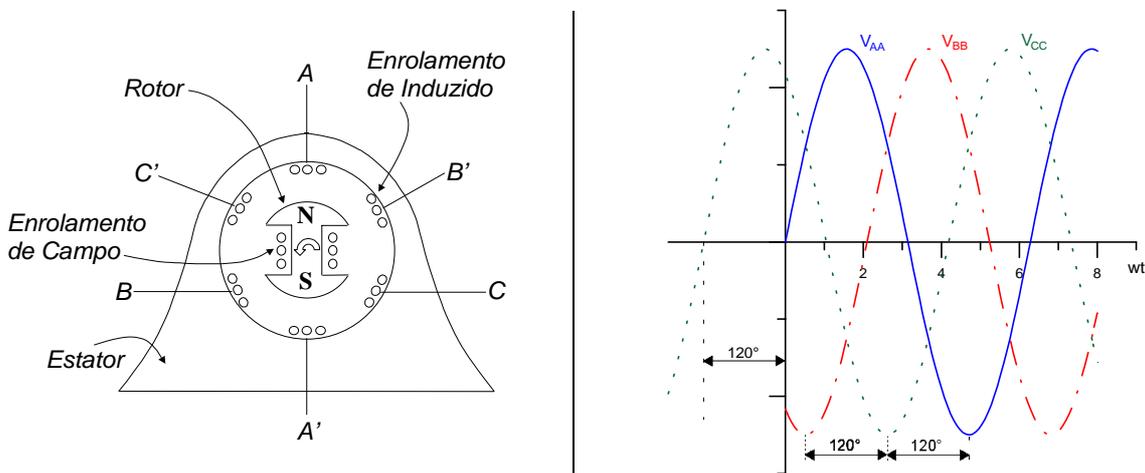
VI CIRCUITOS TRIFÁSICOS

A maior parte da geração, transmissão e utilização em alta potência da energia elétrica envolve sistemas polifásicos, ou seja, sistemas nos quais são disponíveis diversas fontes de mesma amplitude com uma diferença de fase entre elas. Por possuir vantagens econômicas e operacionais, o sistema trifásico é o mais difundido.

Uma Fonte Trifásica é constituída de três fontes de tensões iguais defasadas 120° uma da outra. As figuras abaixo apresentam o esquema de um gerador trifásico com as tensões produzidas

VI.1 Produção da Tensão Trifásica:

Alternador Trifásico:



Supondo o rotor girando no sentido anti-horário com 3600 rpm ($f = 60 \text{ Hz}$)¹ seu campo magnético corta os rolamentos do induzido, induzindo neles as tensões senoidais ilustrados na figura. Estas tensões atingem seus valores máximos e mínimos com uma distância de $1/3$ de um período, ou seja, com uma defasagem de 120° , e isto devido ao deslocamento espacial de 120° dos enrolamentos do induzido. Como resultado, visto que as bobinas são iguais (mesma seção e mesmo número de espiras), o alternador produz 3 tensões de mesmo valor eficaz com uma defasagem de 120° entre elas. Normalmente estas tensões são geradas em 13,8 kV. Tem-se portanto:

$$e_{AA'} = 19500 \text{ sen}(377t) \text{ V} \Rightarrow \dot{E}_{AA'} = 13,8 \angle 0^\circ \text{ kV}$$

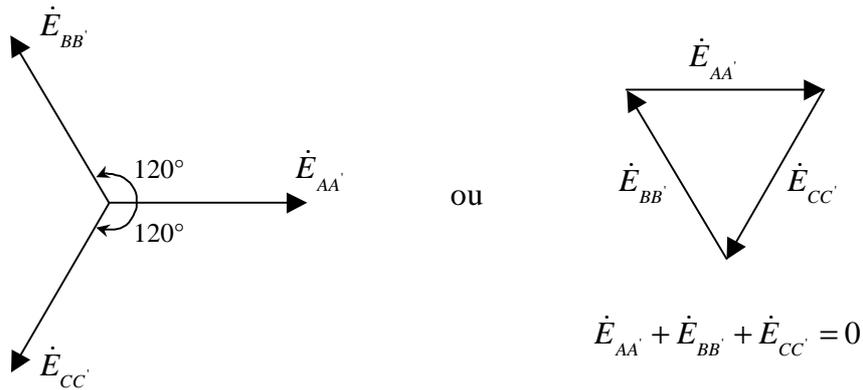
$$e_{BB'} = 19500 \text{ sen}(377t + 120^\circ) \text{ V} \Rightarrow \dot{E}_{BB'} = 13,8 \angle 120^\circ \text{ kV}$$

$$e_{CC'} = 19500 \text{ sen}(377t + 240^\circ) \text{ V} \Rightarrow \dot{E}_{CC'} = 13,8 \angle 240^\circ \text{ kV}$$

pois $\frac{19500}{\sqrt{2}} = 13,8 \text{ kV}$ que é o valor eficaz do módulo da tensão.

¹ $n = \frac{120 \cdot f}{p} = \frac{120 \cdot 60}{2} = 3600 \text{ rpm}$, onde n = velocidade, f = frequência e p = número de pólos da máquina.

O diagrama fasorial destas tensões é apresentado a seguir.

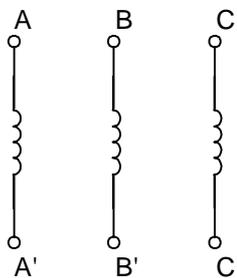


Razões que levam a preferência pelo sistema trifásico:

1. permite transmissão de potência de forma mais econômica.
2. Em sistemas trifásicos o módulo do campo girante total é constante, o que não ocorre em outros sistemas polifásicos (todos os sistemas polifásicos com $n \times 3$ fases apresentam esta característica, mas com $n > 1$ estes sistemas não são interessantes economicamente).
3. a potência $p(t)$ é constante (no monofásico é pulsante):

$$p(t) = e_{AA'} \cdot i_A + e_{BB'} \cdot i_B + e_{CC'} \cdot i_C = 3EI \cos \varnothing$$

VI.2 Sistemas em Triângulo e Estrela



A figura ao lado apresenta de maneira esquemática os três enrolamentos de um gerador trifásico.

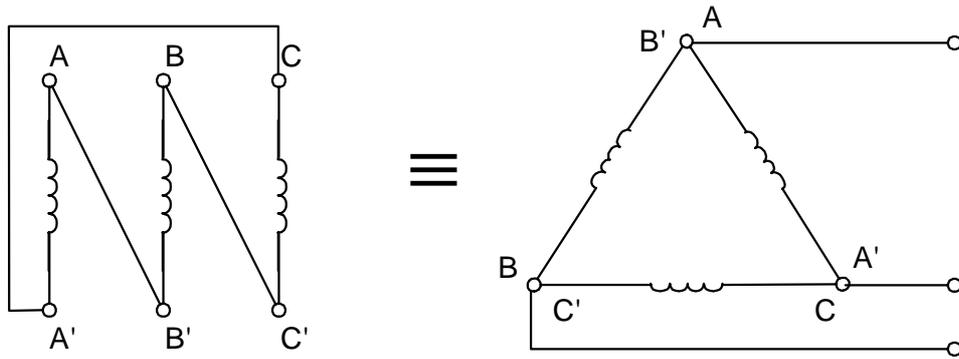
Os terminais destes enrolamentos são ligados para diminuir o número de linhas necessárias para as conexões em relação às cargas. Desta maneira pode-se ter dois tipos de ligações que são apresentadas nas duas próximas seções.

Nomenclatura:

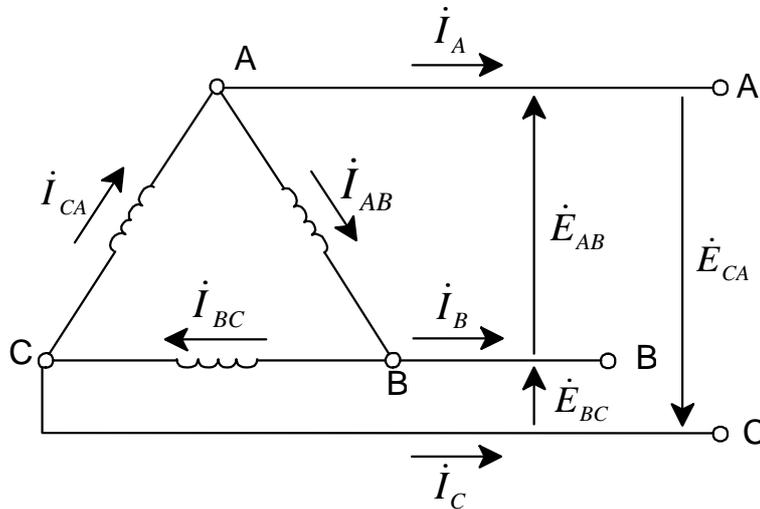
- **Tensão de linha:** é a tensão entre duas linhas.
- **Tensão de fase:** é a tensão no enrolamento ou na impedância de cada ramo.
- **Corrente de linha:** é a corrente na linha que sai do gerador ou a corrente solicitada pela carga.
- **Corrente de fase:** é a corrente no enrolamento do gerador, ou na impedância de cada ramo.

VI.2.1 Ligação em Δ

A figura abaixo apresenta o esquema de ligações que deve ser realizado com os três enrolamentos do gerador para que se obtenha uma conexão em Δ .



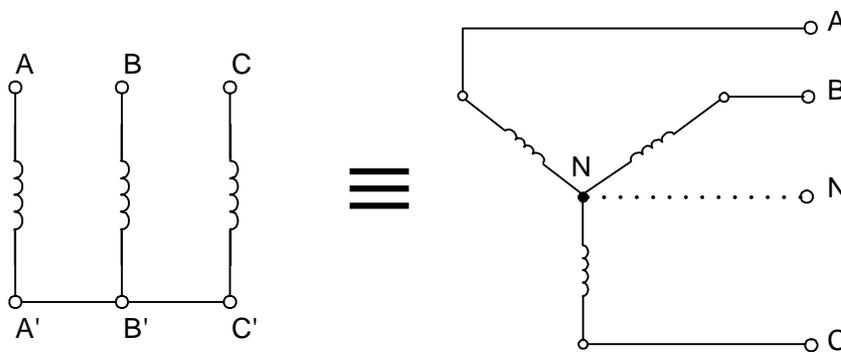
Quando um gerador tem seus enrolamentos ligados em Δ , as tensões de linha ($\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$) são iguais as tensões de fase ($\dot{E}_{AB}, \dot{E}_{BC}, \dot{E}_{CA}$) e as correntes de linha ($\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$) são diferentes das correntes de fase ($\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$). A figura abaixo apresenta a nomenclatura utilizada para as tensões e correntes em um circuito em Δ .



Em circuitos em Δ as correntes de linha são iguais as correntes de fase multiplicadas por raiz de três.

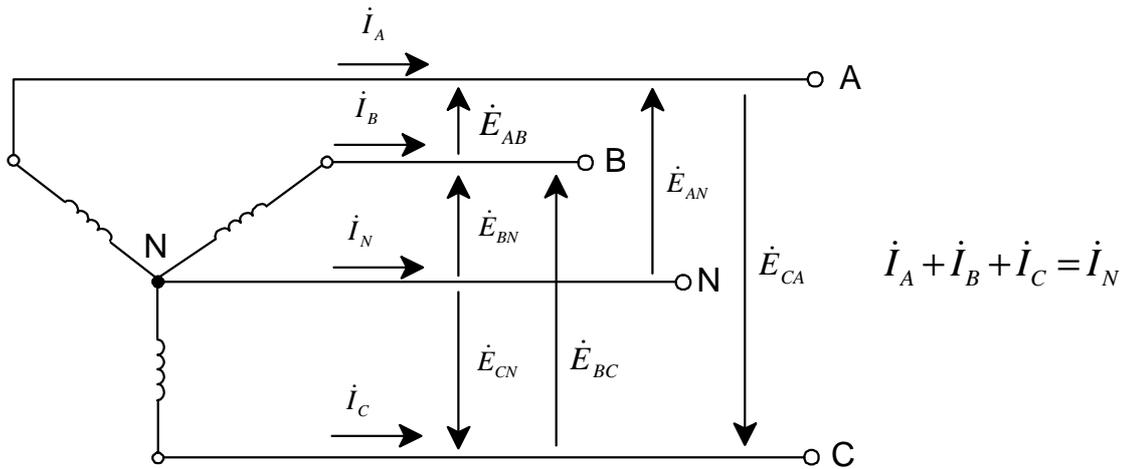
VI.2.2 Ligação em Y

A figura abaixo apresenta o esquema de ligações que deve ser realizado com os três enrolamentos do gerador para que se obtenha uma conexão em Y.

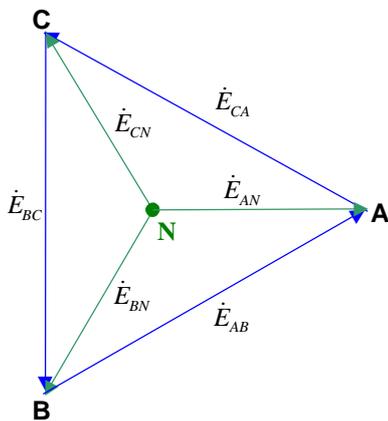


Quando um gerador tem seus enrolamentos ligados em Y, as tensões de linha ($\dot{E}_{AN}, \dot{E}_{BN}, \dot{E}_{CN}$) são diferentes das tensões de fase ($\dot{E}_{AB}, \dot{E}_{BC}, \dot{E}_{CA}$) e as correntes de linha

$(\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C)$ são iguais as correntes de fase $(\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA})$. A figura abaixo apresenta a nomenclatura utilizada para as tensões e correntes em um circuito em Y.



A figura abaixo mostra as tensões de fase e de linha em um diagrama fasorial adotando \dot{E}_{AN} como referência.

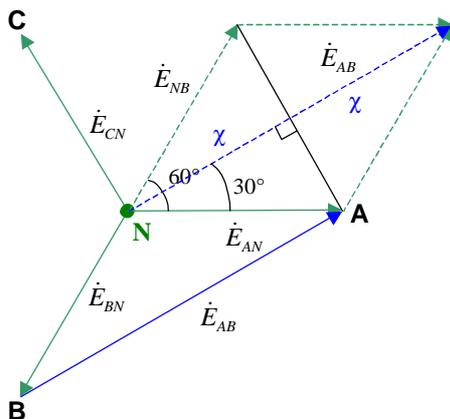


Aplicando a lei de Kirchoff para as tensões tem-se:

$$\dot{E}_{AB} - \dot{E}_{AN} + \dot{E}_{BN} = 0 \text{ ou}$$

$$\dot{E}_{AB} = \dot{E}_{AN} - \dot{E}_{BN} = \dot{E}_{AN} + \dot{E}_{NB}$$

O diagrama abaixo apresenta o diagrama anterior de outra forma.



Pode-se obter as seguintes relações trigonométricas:

$$x = E_{AN} \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot E_{AN}$$

$$E_{AB} = 2 \cdot x = \sqrt{3} \cdot E_{AN}$$

E então:

$$\dot{E}_{AB} = \sqrt{3} \cdot E_{AN} \angle 30^\circ$$

De maneira análoga tem-se:

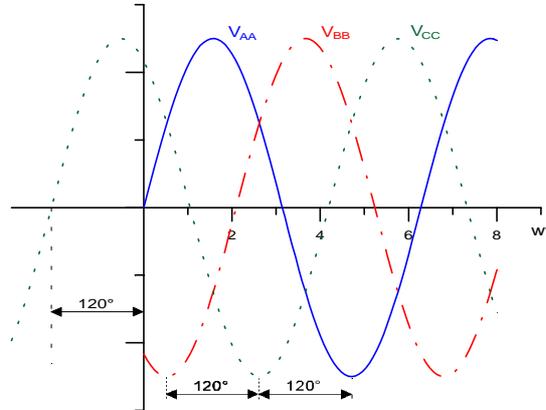
$$\dot{E}_{BC} = \sqrt{3} \cdot E_{BN} \angle 270^\circ$$

$$\dot{E}_{CA} = \sqrt{3} \cdot E_{CN} \angle 150^\circ$$

Ou seja, em circuitos em Y as tensões de linha são iguais as tensões de fase multiplicadas por raiz de três.

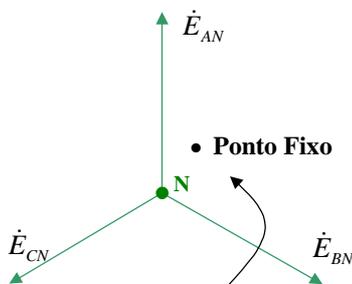
VI.3 Seqüências de Fase:

A ordem na qual as tensões ou correntes atingem seus valores máximos é denominada seqüência de fase. Assim, a seqüência ABC indica que a tensão $V_{AA'}$ atinge seu valor máximo antes da tensão $V_{BB'}$ e esta antes da tensão $V_{CC'}$. O mesmo vale para qualquer outra seqüência. A figura abaixo já apresentada no início do capítulo apresenta a seqüência ABC.

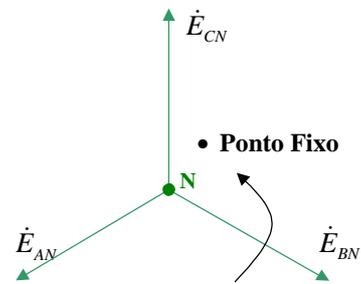


Nos geradores que têm as bobinas conectadas em Y, considerando-se que $\dot{E}_{AN} = E_\ell / \sqrt{3} \angle 90^\circ$, $\dot{E}_{BN} = E_\ell / \sqrt{3} \angle -30^\circ$ e $\dot{E}_{CN} = E_\ell / \sqrt{3} \angle -150^\circ$ define-se que o mesmo tem a seqüência ABC, ou seqüência direta, quando em relação a um ponto fixo, os três vetores de tensão girando no sentido anti-horário passarem pelo ponto fixo com a seguinte ordem: A, B e C. Para a situação em que $\dot{E}_{AN} = E_\ell / \sqrt{3} \angle -150^\circ$, $\dot{E}_{BN} = E_\ell / \sqrt{3} \angle -30^\circ$ e $\dot{E}_{CN} = E_\ell / \sqrt{3} \angle 90^\circ$ define-se que o mesmo tem a seqüência CBA, ou seqüência inversa(cf. figura abaixo).

Seqüência ABC (Direta)

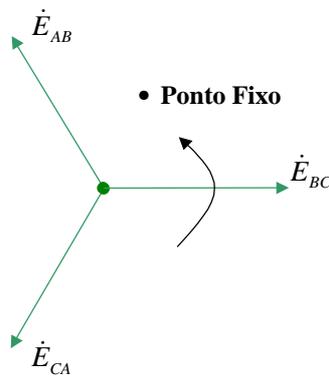


Seqüência CBA (Inversa)

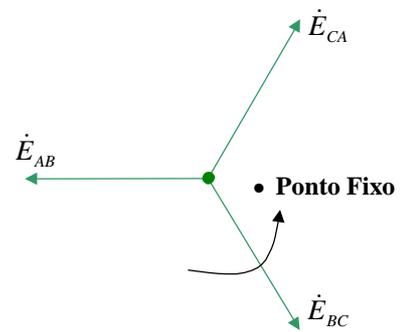


Nos geradores que têm as bobinas conectadas em Δ , considerando-se que $\dot{E}_{AB} = E_\ell \angle 120^\circ$, $\dot{E}_{BC} = E_\ell \angle 0^\circ$ e $\dot{E}_{CA} = E_\ell \angle -120^\circ$ define-se que o mesmo tem a seqüência ABC, ou seqüência direta, quando em relação a um ponto fixo, os três vetores de tensão girando no sentido anti-horário passarem pelo ponto fixo com a seguinte ordem: AB, BC e CA (observar que as primeiras letras dão a seqüência ABC). Para a situação em que $\dot{E}_{AB} = E_\ell \angle 180^\circ$, $\dot{E}_{BC} = E_\ell \angle -60^\circ$ e $\dot{E}_{CA} = E_\ell \angle 60^\circ$ define-se que o mesmo tem a seqüência CBA, ou seqüência inversa.

Seqüência ABC (Direta)

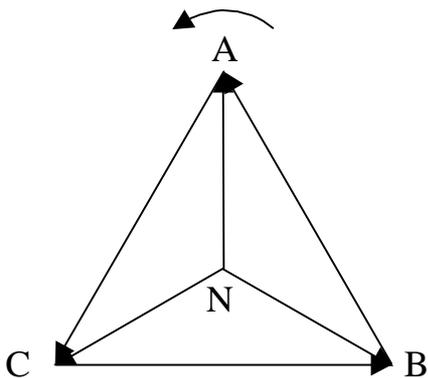


Seqüência CBA (Inversa)



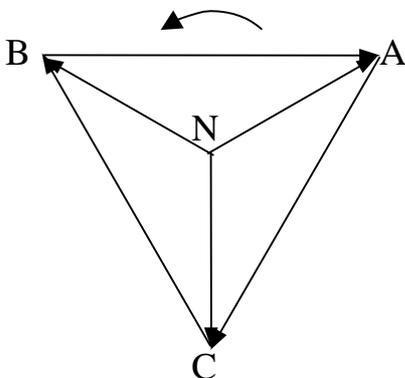
VI.3.1 Ângulos das Tensões

Após o estabelecimento de uma seqüência arbitrária pode descobrir o valor dos ângulos de cada uma das tensões trifásica. A figura abaixo apresenta estas tensões (conexões em Y e Δ) com a seqüência ABC. Ao se adotar \dot{E}_{BC} como referência, pode-se descobrir as demais tensões.



$$\begin{aligned} \dot{E}_{AB} &= \dot{E}_\ell \angle 120^\circ \text{ V} & \dot{E}_{AN} &= \frac{E_\ell}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{BC} &= \dot{E}_\ell \angle 0^\circ \text{ V} & \dot{E}_{BN} &= \frac{E_\ell}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{CA} &= \dot{E}_\ell \angle -120^\circ \text{ V} & \dot{E}_{CN} &= \frac{E_\ell}{\sqrt{3}} \angle -150^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

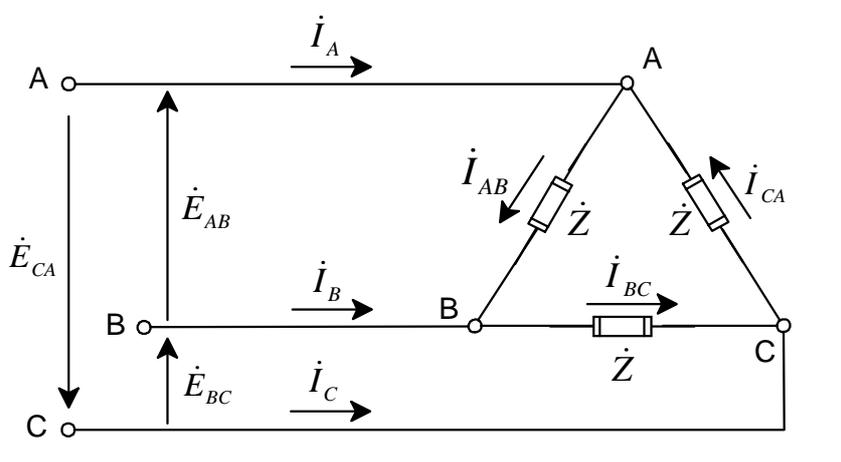
A figura abaixo apresenta as tensões (conexões em Y e Δ) para a seqüência CBA, adotando-se neste caso \dot{E}_{AB} como referência. A partir da referência pode-se descobrir então as demais tensões.



$$\begin{aligned} \dot{E}_{AB} &= E_\ell \angle 0^\circ \text{ V} & \dot{E}_{AN} &= \frac{E_\ell}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{BC} &= E_\ell \angle 120^\circ \text{ V} & \dot{E}_{BN} &= \frac{E_\ell}{\sqrt{3}} \angle 150^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{CA} &= E_\ell \angle -120^\circ \text{ V} & \dot{E}_{CN} &= \frac{E_\ell}{\sqrt{3}} \angle -90^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

VI.4 Carga Equilibrada Ligada em Δ

A figura abaixo apresenta uma carga trifásica equilibrada ligada em Δ . Cada uma das impedâncias tem valor $\dot{Z} = 5\angle 45^\circ \Omega$. O gerador está ligado com a seqüência ABC e o valor da tensão de linha é de 220 V. Para esta configuração após a figura, são apresentados os valores de tensão e corrente para a carga em questão e é traçado um diagrama fasorial completo das tensões e correntes.



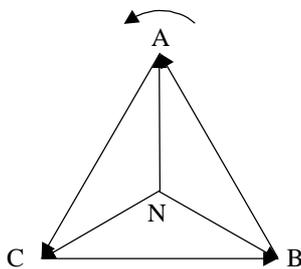
Para a seqüência ABC tem-se com \dot{E}_{BC} na referência:

$$\dot{E}_{AB} = 220\angle 120^\circ \text{ V}$$

$$\dot{E}_{BC} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{E}_{CA} = 220\angle -120^\circ \text{ V}$$

Para uma carga ligada em Δ as correntes de fase são iguais às correntes de linha divididas por raiz de três. Os ângulos das correntes de linha são determinados pela seqüência adotada. Para a seqüência ABC com \dot{I}_A como referência tem-se:



$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{E}_{AB}}{\dot{Z}} = \frac{220\angle 120^\circ}{5\angle 45^\circ} = 44\angle 75^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{E}_{BC}}{\dot{Z}} = \frac{220\angle 0^\circ}{5\angle 45^\circ} = 44\angle -45^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{E}_{CA}}{\dot{Z}} = \frac{220\angle -120^\circ}{5\angle 45^\circ} = 44\angle -165^\circ \text{ A}$$

As correntes de linha são dadas por:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 44\angle 75^\circ - 44\angle -165^\circ$$

$$\dot{I}_A = 76,21\angle 45^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = 44\angle -45^\circ - 44\angle 75^\circ$$

$$\dot{I}_B = 76,21\angle -75^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = 44\angle -165^\circ - 44\angle -45^\circ$$

$$\dot{I}_C = 76,21\angle 165^\circ \text{ A}$$

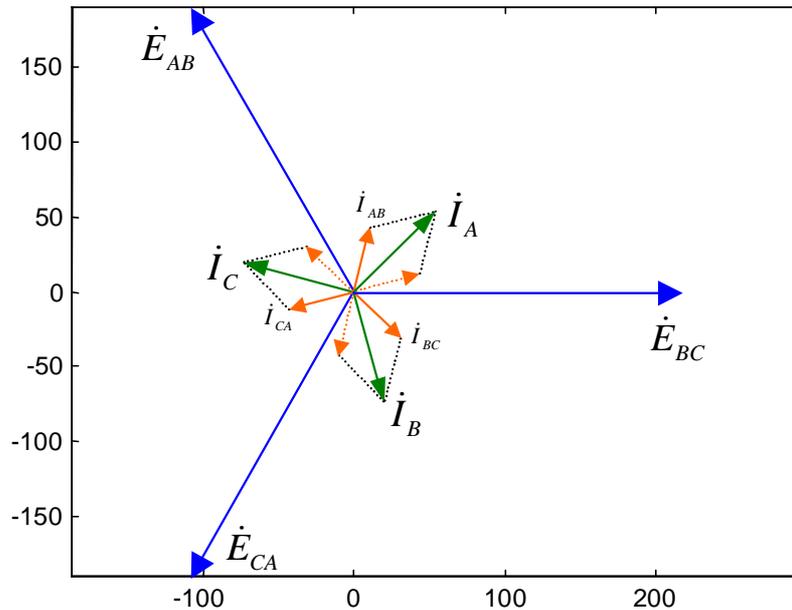
Conforme pode-se observar os módulos das correntes são iguais e para uma carga equilibrada ligada em Δ , a corrente de linha é $\sqrt{3}$ vezes a corrente de fase:

$$I_A = I_B = I_C = 76,21 \text{ A}$$

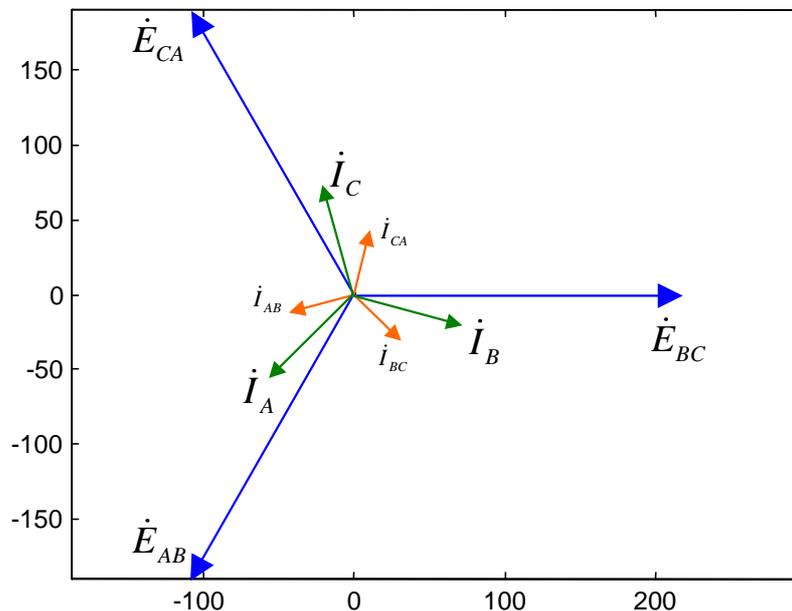
$$I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = 44 \text{ A}$$

$$\frac{I_\ell}{I_f} = \frac{76,21}{44} = \sqrt{3}$$

A seguir é apresentado o diagrama fasorial para o circuito alimentado com a seqüência ABC.



Se o circuito fosse alimentado com a seqüência CBA, os fasores seriam diferentes, embora os módulos destes sejam iguais. Abaixo é apresentado o diagrama fasorial que resultaria se a carga fosse alimentada com a seqüência CBA.



Em um circuito ligado em Δ com a seqüência ABC, as correntes de fase estão adiantadas de 30° das correntes de linha (cf. figuras acima). Para uma carga com 3 impedâncias iguais $Z \angle \theta^\circ$ ligadas em Δ e alimentadas com a seqüência ABC, onde $\dot{E}_{AB} = E_l \angle \phi_A^\circ$, tem-se que

$\dot{i}_{AB} = \frac{\dot{E}_{AB}}{Z} = \frac{E_{AB} \angle \phi_A^\circ}{Z \angle \theta^\circ} = \frac{E_{AB}}{Z} \angle \phi_A - \theta^\circ$. Assim pode-se dizer que para a seqüência ABC \dot{E}_{AB} está adiantada em relação a \dot{I}_A de $\theta + 30^\circ$. Para a seqüência CBA \dot{E}_{AB} está atrasada em relação a \dot{I}_A de $\theta - 30^\circ$. Assim, os ângulos das correntes de linha nas seqüências ABC e CBA são dados respectivamente por:

Seqüência ABC

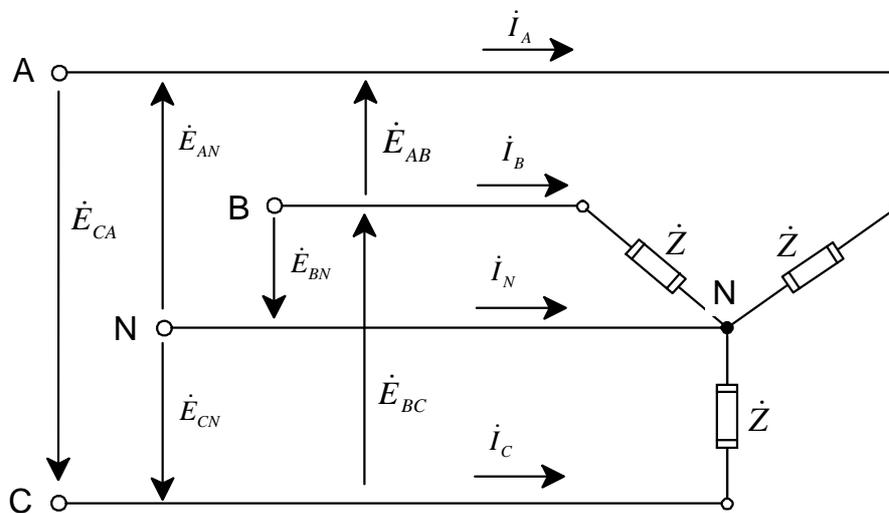
$$\begin{aligned} \angle \dot{I}_A &= \angle \dot{E}_{AB} - \theta - 30^\circ \\ \angle \dot{I}_B &= \angle \dot{E}_{BC} - \theta - 30^\circ \\ \angle \dot{I}_C &= \angle \dot{E}_{CA} - \theta - 30^\circ \end{aligned}$$

Seqüência CBA

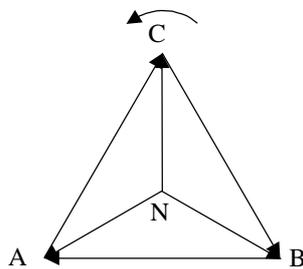
$$\begin{aligned} \angle \dot{I}_A &= \angle \dot{E}_{AB} - \theta + 30^\circ \\ \angle \dot{I}_B &= \angle \dot{E}_{BC} - \theta + 30^\circ \\ \angle \dot{I}_C &= \angle \dot{E}_{CA} - \theta + 30^\circ \end{aligned}$$

VI.5 Carga Equilibrada em Y a 4 Condutores

A figura abaixo apresenta uma carga trifásica equilibrada ligada em Y. Cada uma das impedâncias tem valor $\dot{Z} = 20 \angle -30^\circ \Omega$. O gerador está ligado com a seqüência CBA e o valor da tensão de linha é de 220 V. Para esta configuração após a figura, são apresentados os valores de tensão e corrente para a carga em questão e é traçado um diagrama fasorial completo das tensões e correntes.



Para uma carga ligada em Y a 4 condutores a tensão fase-neutro é dada pela tensão de fase dividida por raiz de três. Deste modo o módulo das tensões fase-neutro é igual a 127,02 V. Os ângulos das tensões fase-neutro são determinados pela seqüência adotada. Para a seqüência CBA, com $\dot{E}_{BA} = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$ como referência ($\dot{E}_{BA} = -\dot{E}_{AB}$), tem-se que:

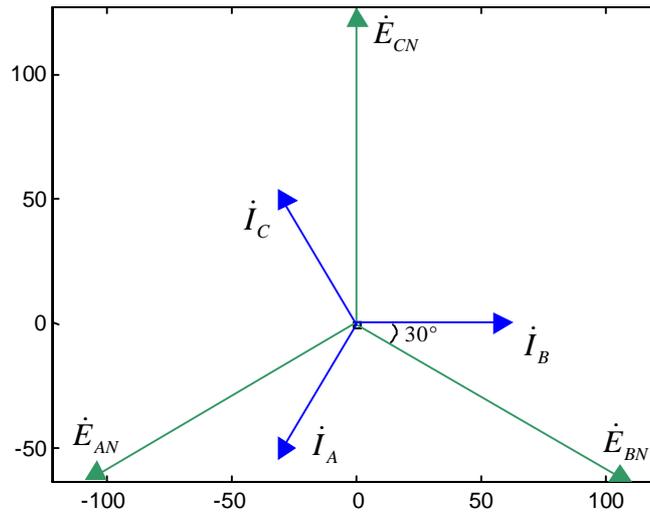


$$\begin{aligned} \dot{E}_{AB} &= 220 \angle 180^\circ \text{ V} & \dot{E}_{AN} &= \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -150^\circ = 127,02 \angle -150^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{BC} &= 220 \angle -60^\circ \text{ V} & \dot{E}_{BN} &= \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = 127,02 \angle -30^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{CA} &= 220 \angle 60^\circ \text{ V} & \dot{E}_{CN} &= \frac{220}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ = 127,02 \angle 90^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

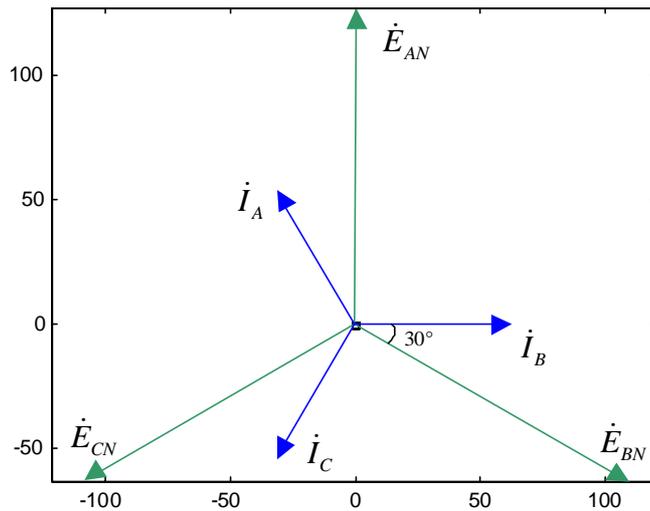
As correntes são dadas por:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \frac{\dot{E}_{AN}}{\dot{Z}} = \frac{127,02 \angle -150^\circ}{2 \angle -30^\circ} = 63,51 \angle -120^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_B &= \frac{\dot{E}_{BN}}{\dot{Z}} = \frac{127,02 \angle -30^\circ}{2 \angle -30^\circ} = 63,51 \angle 0^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_C &= \frac{\dot{E}_{CN}}{\dot{Z}} = \frac{127,02 \angle 90^\circ}{2 \angle -30^\circ} = 63,51 \angle 120^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_N &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 \end{aligned}$$

A seguir são apresentados os diagramas fasorial para o circuito alimentado com a seqüência CBA.



Se o circuito fosse alimentado com a seqüência ABC, os fasores seriam diferentes, embora os módulos destes fossem iguais. Abaixo é apresentado o diagrama fasorial que resultaria se a carga fosse alimentada com a seqüência ABC.



Para uma carga com 3 impedâncias iguais $Z\angle\theta^\circ$ ligadas em Y e alimentadas com a seqüência ABC, onde $\dot{E}_{AN} = \frac{E_l}{\sqrt{3}}\angle\phi^\circ$, pode-se observar que

$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_{AN}}{\dot{Z}} = \frac{E_{AN}\angle\phi^\circ}{Z\angle\theta^\circ} = \frac{E_{AN}}{Z}\angle\phi - \theta^\circ$, ou seja, os ângulos das correntes são dados pelos ângulos das tensões subtraídos do ângulo θ independentemente da seqüência.

Seqüência ABC ou CBA

$$\angle \dot{I}_A = \angle \dot{E}_{AN} - \theta$$

$$\angle \dot{I}_B = \angle \dot{E}_{BN} - \theta$$

$$\angle \dot{I}_C = \angle \dot{E}_{CN} - \theta$$

VI.6 Circuito Monofásico Equivalente para Cargas Equilibradas.

Normalmente circuitos trifásicos com cargas equilibradas podem ser solucionados mais facilmente ao se transformar o circuito trifásico em seu monofásico equivalente. Nesta seção serão apresentados os métodos empregados nesta transformação.

Somente circuitos em Y podem ser transformados em um circuito monofásico equivalente. Desta maneira sempre que se tem um circuito (alimentação/carga) em delta deve-se primeiro transformá-lo para Y (alimentação/carga) para depois transformar o circuito em seu monofásico equivalente.

Para um circuito em Δ com três impedâncias \dot{Z} iguais tem-se que:

$$\dot{Z}_Y = \dot{Z}_\Delta / 3$$

As relações entre os módulos das tensões e correntes de linha e as tensões e correntes de fase já foram apresentadas, da mesma maneira que os ângulos destas tensões e correntes, que são determinados pela seqüência adotada. A seguir as relações entre os módulos são dadas novamente.

Circuito em Δ :

$$\begin{aligned} I_\ell &= \sqrt{3} \cdot I_f \\ E_\ell &= E_f \end{aligned}$$

Circuito em Y:

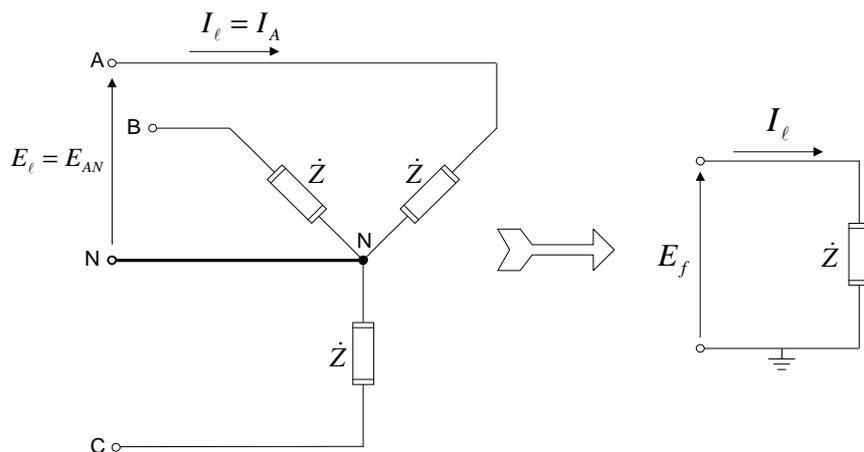
$$\begin{aligned} I_\ell &= I_f \\ E_\ell &= \sqrt{3} \cdot E_f \end{aligned}$$

As próximas seções apresentam as transformações para circuitos monofásicos para cargas equilibradas ligadas em Y e Δ .

VI.6.1 Carga em Y

A seguir apresenta-se o circuito equivalente monofásico para uma carga ligada em Y a 4

fios. Para este caso tem-se que: $I_f = I_\ell = \frac{E_f}{Z} = \frac{E_\ell}{\sqrt{3} \cdot Z}$



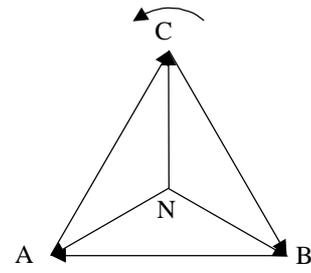
Exemplo 1: Para uma carga trifásica indutiva ligada em Y com $\dot{Z} = 20 \angle 30^\circ \Omega$ alimentada por uma tensão de 220 V (linha), solicita-se que a partir do equivalente monofásico se calcule as correntes de linha sabendo que a seqüência da alimentação é CBA.

Para a seqüência CBA, com $-\dot{E}_{AB}$ como referência, tem-se que:

$$E_{AN} = \frac{E_{AB}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \dot{E}_{AN} = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -150^\circ = 127,02 \angle -150^\circ \text{ V}$$

$$E_{BN} = \frac{E_{BC}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \dot{E}_{BN} = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = 127,02 \angle -30^\circ \text{ V}$$

$$E_{CN} = \frac{E_{CA}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \dot{E}_{CN} = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ = 127,02 \angle 90^\circ \text{ V}$$



A corrente de linha do equivalente monofásico é dada por:

$$I_\ell = \frac{E_f}{Z} = \frac{E_{AN}}{Z} = \frac{127,02}{20} = 6,35 \text{ A}.$$

Deseja-se calcular os valores fasoriais de $\dot{I}_{AN}, \dot{I}_{BN}, \dot{I}_{CN}$. Conforme apresentado anteriormente, para um circuito em Y (seqüência ABC ou CBA), os ângulos das correntes são dados pelos ângulos das tensões subtraídos do ângulo θ . Desta maneira tem-se que:

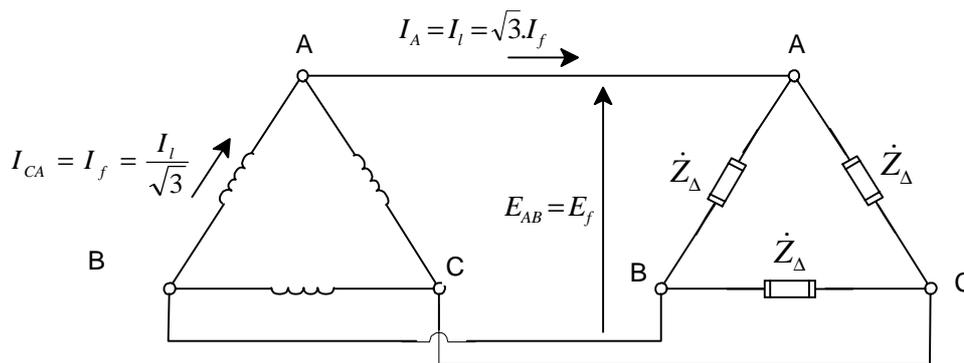
$$\dot{I}_{AN} = 6,35 \angle -150^\circ - 30^\circ = 6,35 \angle -180^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BN} = 6,35 \angle -30^\circ - 30^\circ = 6,35 \angle -60^\circ \text{ A}$$

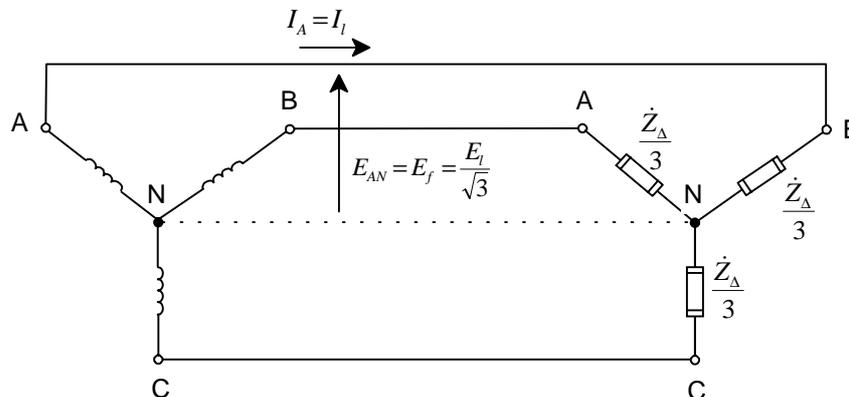
$$\dot{I}_{CN} = 6,35 \angle 90^\circ - 30^\circ = 6,35 \angle 60^\circ \text{ A}$$

VI.6.2 Carga em Δ

A seguir apresenta-se o circuito equivalente monofásico para uma carga ligada em Δ .



Como explicado anteriormente o primeiro passo para a obtenção do circuito equivalente monofásico para um circuito (alimentação/carga) em Δ , é dado pela transformação deste em um circuito em Y. A tensão de fase em um circuito Y é igual à tensão de linha dividido por raiz de três e a corrente de linha é igual a corrente de fase. Assim tem-se:



De maneira resumida tem-se que:

$$Y \Rightarrow I_\ell = I_f, E_\ell = \sqrt{3}.E_f \text{ e } I_\ell = I_f = \frac{E_f}{Z_Y} \Rightarrow I_\ell = \frac{E_\ell}{\sqrt{3}.Z_Y} = \frac{\sqrt{3}.E_\ell}{3.Z_Y}$$

$$\Delta \Rightarrow I_\ell = \sqrt{3}.I_f, E_\ell = E_f \text{ e } I_f = \frac{E_f}{Z_\Delta} = \frac{E_\ell}{Z_\Delta} \Rightarrow \frac{I_\ell}{\sqrt{3}} = \frac{E_\ell}{Z_\Delta} \Rightarrow I_\ell = \frac{\sqrt{3}.E_\ell}{Z_\Delta}$$

$$\dot{Z}_Y = \frac{\dot{Z}_\Delta}{3}$$

A corrente de linha dos circuito em Y e Δ são equivalentes. Assim, o circuito monofásico equivalente é dado por:

$$\begin{array}{l} I_{\ell Y} = I_{\ell \Delta} \Rightarrow I_{fY} = I_{\ell Y} \\ E_{fY} = Z_Y \cdot I_{fY} \Rightarrow E_{fY} = Z_Y \cdot I_{\ell Y} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} I_{\ell Y} = \frac{E_{fY}}{Z_Y} = \frac{3.E_{fY}}{Z_\Delta} = \frac{3.E_{\ell Y}}{\sqrt{3}.Z_\Delta} = \frac{\sqrt{3}.E_{\ell Y}}{Z_\Delta} \end{array} \right.$$

Exemplo 2: Para uma carga trifásica indutiva ligada em Δ , com $\dot{Z} = 5\angle 45^\circ \Omega$, alimentada por uma tensão de 220 V (linha) com seqüência da alimentação ABC e considerando \dot{E}_{BC} na referência, solicita-se que a partir do equivalente monofásico se calcule as correntes de linha.

Para a seqüência ABC tem-se que:

$$\begin{array}{l} \dot{E}_{AB} = 220\angle 120^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{BC} = 220\angle 0^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{CA} = 220\angle 240^\circ \text{ V} \end{array}$$

A corrente de linha do equivalente monofásico é dada por:

$$I_{\ell Y} = \frac{\sqrt{3}.E_{\ell Y}}{Z_\Delta} = \frac{\sqrt{3}.220}{5} = 76,21 \text{ A}$$

como o circuito original estava em Δ , a corrente de fase é dada por:

$$I_f = \frac{I_\ell}{\sqrt{3}} = \frac{76,21}{\sqrt{3}} = 44 \text{ A}$$

Conforme explicado, em um circuito Δ com a seqüência ABC, \dot{E}_{AB} está adiantada em relação a \dot{I}_A de $\theta + 30^\circ$. Assim, as correntes de linha são dadas por:

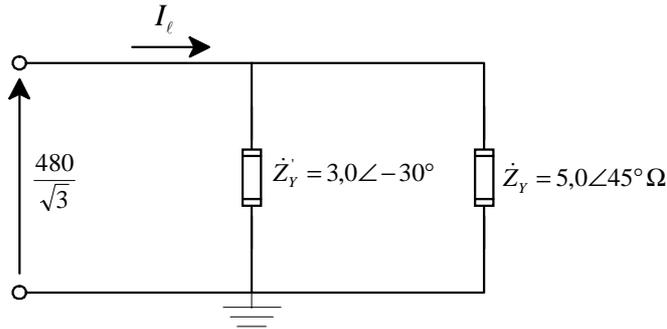
$$\begin{array}{l} \dot{I}_A = I_\ell \angle 120^\circ - \theta - 30 = I_\ell \angle 120^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 76,21 \angle 45^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_B = I_\ell \angle 0^\circ - \theta - 30 = I_\ell \angle 0^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 76,21 \angle -75^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_C = I_\ell \angle 240^\circ - \theta - 30 = I_\ell \angle 240^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 76,21 \angle 165^\circ \text{ A} \end{array}$$

Exemplo 3: Uma carga equilibrada em Δ com $\dot{Z}_\Delta = 9,0\angle -30^\circ \Omega$ e uma carga equilibrada em Y com $\dot{Z}_Y = 5,0\angle 45^\circ \Omega$ são alimentadas por um sistema trifásico com seqüência ABC com tensão de linha de 480 V. Deseja-se obter as correntes de linha usando o circuito equivalente monofásico.

Deve-se primeiramente transformar a carga em Δ em uma carga em Y. Assim tem-se:

$$\dot{Z}_Y = \frac{\dot{Z}_\Delta}{3} = \frac{9,0\angle -30^\circ}{3} = 3,0\angle -30^\circ \Omega$$

O circuito equivalente monofásico é dado então por:



Pode-se agora calcular a impedância monofásica equivalente. Assim:

$$\dot{Z}_{eq} = 3\angle -30^\circ // 5\angle 45^\circ = \frac{3\angle -30^\circ \cdot 5\angle 45^\circ}{3\angle -30^\circ + 5\angle 45^\circ} = \frac{15\angle 15^\circ}{6,46\angle 18,36^\circ} = 2,32\angle -3,36^\circ \Omega$$

corrente de linha monofásica é dada então por:

$$I_\ell = \frac{E_\ell}{\sqrt{3} \cdot Z_{eq}} = \frac{480}{\sqrt{3} \cdot 2,32} = 119,45 \text{ A}$$

Com a seqüência ABC e considerando \dot{E}_{BC} na referência, tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{AB} &= 480\angle 120^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{BC} &= 480\angle 0^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{CA} &= 480\angle 240^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

Desta maneira as correntes são dadas por:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= 119,45\angle 120^\circ - 30^\circ + 3,36^\circ = 119,45\angle 93,36^\circ \text{ V} \\ \dot{I}_B &= 119,45\angle 0^\circ - 30^\circ + 3,36^\circ = 119,45\angle -26,64^\circ \text{ V} \\ \dot{I}_C &= 119,45\angle 240^\circ - 30^\circ + 3,36^\circ = 119,45\angle 213,36^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

VI.7 Sistemas Desequilibrados

A seguir são apresentados sistemas nos quais as cargas trifásicas não são iguais. Cargas trifásicas diferentes são chamadas cargas desequilibradas. Para cada uma das configurações são apresentadas as equações necessárias à solução do circuito.

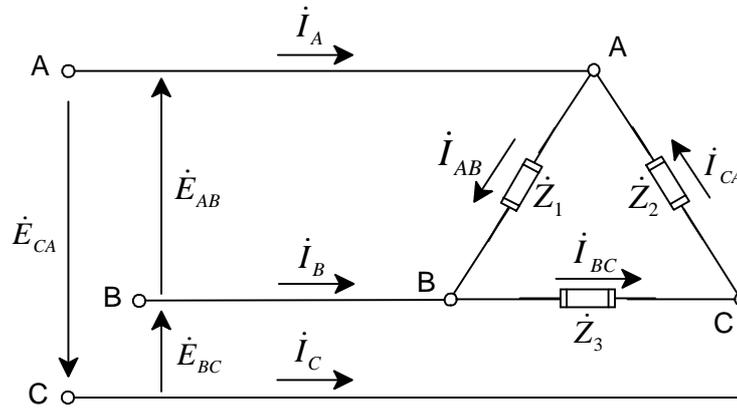
VI.7.1 Carga em Δ

A resolução de um circuito com uma carga desequilibrada ligada em Δ consiste em calcular as correntes de fase \dot{I}_{AB} , \dot{I}_{BC} e \dot{I}_{CA} para após, utilizando estas correntes e a Lei das Correntes de Kirchoff calcular as correntes de linha. Desta maneira tem-se que:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{E}_{AB}}{\dot{Z}_1}, \quad \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{E}_{BC}}{\dot{Z}_3}, \quad \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{E}_{CA}}{\dot{Z}_2}$$

e utilizando a LCK:

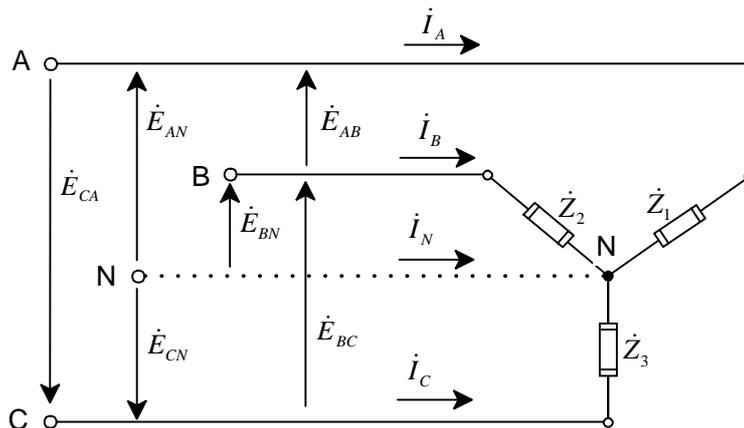
$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}$$



VI.7.2 Carga em Y com Neutro

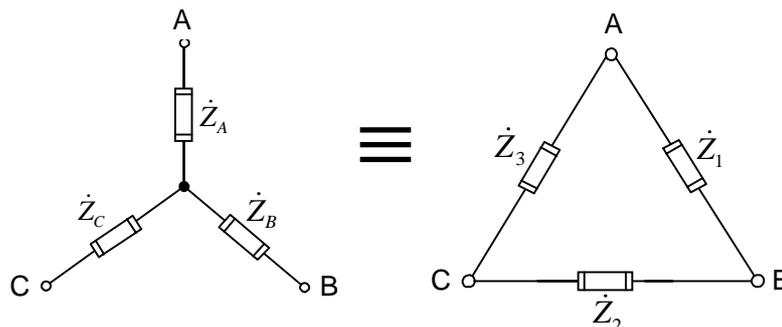
Em um sistema com uma carga trifásica ligada em Y com neutro, o condutor neutro transporta a corrente não equilibrada. As correntes nas impedâncias são as próprias correntes de linha que são desiguais e não apresentam simetria. Estas correntes não simétricas e a corrente no neutro são dadas por:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_{AN}}{\dot{Z}_1} \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_{BN}}{\dot{Z}_2} \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{E}_{CN}}{\dot{Z}_3} \quad \dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$



VI.7.3 Carga em Y sem Neutro

Existem três métodos de solução: (1) utilização do método das correntes de malha; (2) transformação da carga em Y em uma carga em Δ ; (3) utilização do método do deslocamento do neutro. O primeiro método já foi estudado. Para o segundo método deve-se conhecer as fórmulas para a transformação da impedância em Y para uma impedância em Δ . Esta transformação é apresentada a seguir:



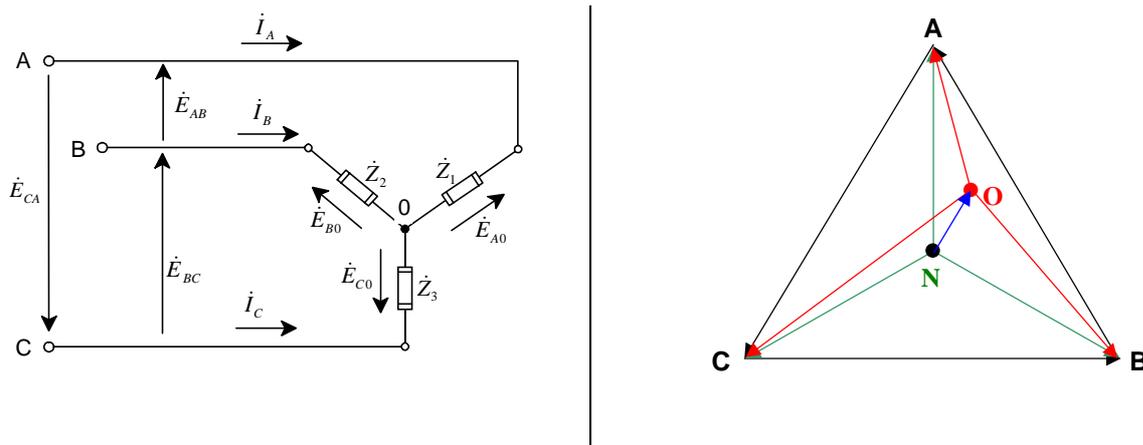
$$\dot{Z}_1 = \frac{\dot{Z}_A \cdot \dot{Z}_B + \dot{Z}_A \cdot \dot{Z}_C + \dot{Z}_B \cdot \dot{Z}_C}{\dot{Z}_C}$$

$$\dot{Z}_2 = \frac{\dot{Z}_A \cdot \dot{Z}_B + \dot{Z}_A \cdot \dot{Z}_C + \dot{Z}_B \cdot \dot{Z}_C}{\dot{Z}_A}$$

$$\dot{Z}_3 = \frac{\dot{Z}_A \cdot \dot{Z}_B + \dot{Z}_A \cdot \dot{Z}_C + \dot{Z}_B \cdot \dot{Z}_C}{\dot{Z}_B}$$

Ou seja, cada impedância é dada pela razão da soma dos produtos das impedâncias duas a duas pela impedância que lhe é oposta. Uma vez obtido o triângulo de impedâncias, resolve-se normalmente.

O terceiro método que utiliza o deslocamento do neutro é apresentado a seguir. Para este método deve ser construído o triângulo de tensões apresentado abaixo a direita.



Do circuito obtém-se as seguintes equações:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

Aplicando-se a lei de Ohm para as impedâncias tem-se:

$$\frac{\dot{E}_{A0}}{\dot{Z}_1} + \frac{\dot{E}_{B0}}{\dot{Z}_2} + \frac{\dot{E}_{C0}}{\dot{Z}_3} = 0$$

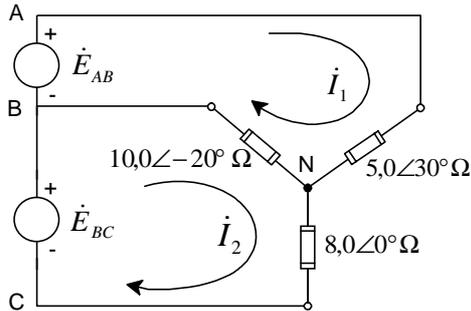
$$\frac{\dot{E}_{B0} + \dot{E}_{AB}}{\dot{Z}_1} + \frac{\dot{E}_{B0}}{\dot{Z}_2} + \frac{\dot{E}_{B0} - \dot{E}_{BC}}{\dot{Z}_3} = 0$$

Como as tensões \dot{E}_{AB} e \dot{E}_{BC} são conhecidas pode-se obter a tensão \dot{E}_{B0} . A partir do triângulo das tensões pode-se obter as tensões $\dot{E}_{A0} = \dot{E}_{B0} + \dot{E}_{AB}$ e $\dot{E}_{C0} = \dot{E}_{B0} - \dot{E}_{BC}$ e então obter as correntes nas linhas:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_{A0}}{\dot{Z}_1} \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_{B0}}{\dot{Z}_2} \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{E}_{C0}}{\dot{Z}_3}$$

A tensão de deslocamentos é dada então por: $\dot{E}_{ON} = \dot{E}_{BN} - \dot{E}_{B0}$

Exemplo 4: Um sistema ABC, 220 V trifásico a três fios possui uma carga ligada em Y com $\dot{Z}_1 = 5,0 \angle 30^\circ \Omega$, $\dot{Z}_2 = 10,0 \angle -20^\circ \Omega$ e $\dot{Z}_3 = 8,0 \angle 0^\circ \Omega$. Deseja-se obter as correntes de linha em cada carga e a tensão de deslocamento do neutro considerando \dot{E}_{BC} como referência.



As tensões de fase com a seqüência ABC são:

$$\dot{E}_{AB} = 220 \angle 120^\circ \text{ V}$$

$$\dot{E}_{BC} = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{E}_{CA} = 20 \angle 240^\circ \text{ V}$$

1. A solução pelo método das malhas é dada por $[\dot{E}] = [\dot{Z}][\dot{I}]$, ou seja:

$$\begin{bmatrix} 220 \angle 120^\circ \\ 220 \angle 0^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13,73 - j0,92 & -10 \angle -20^\circ \\ -10 \angle -20^\circ & 17,40 - j3,72 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \text{ e tem-se: } \begin{matrix} \dot{I}_1 = 19,15 \angle 74,20^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_2 = 20,67 \angle 36,19^\circ \text{ A} \end{matrix}$$

Pode-se então determinar as correntes de linha/fase:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 = 19,15 \angle 74,20^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_2 - \dot{I}_1 = 13,05 \angle -28,57^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = -\dot{I}_2 = 20,67 \angle -143,81^\circ \text{ A}$$

E para um circuito em Y a três fios deve-se ter $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$ que pode ser utilizado para verificar-se a exatidão dos cálculos.

Pode-se então calcular a tensão de deslocamento de neutro:

$$\dot{E}_{B0} = \dot{I}_B \cdot \dot{Z}_B = 13,05 \angle -28,51^\circ \cdot 10 \angle -20^\circ = 130,5 \angle -48,51^\circ \text{ V}$$

$$\dot{E}_{0N} = \dot{E}_{BN} - \dot{E}_{B0} = \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ - 130,5 \angle -48,51^\circ = 41,56 \angle 55,48^\circ \text{ V}$$

2. Solução pelo método de deslocamento do neutro:

$$\frac{\dot{E}_{B0} + \dot{E}_{AB}}{\dot{Z}_1} + \frac{\dot{E}_{B0}}{\dot{Z}_2} + \frac{\dot{E}_{B0} - \dot{E}_{BC}}{\dot{Z}_3} = 0$$

$$\frac{\dot{E}_{B0} + 220 \angle 120^\circ}{5 \angle 30^\circ} + \frac{\dot{E}_{B0}}{10 \angle -20^\circ} + \frac{\dot{E}_{B0} - 220 \angle 0^\circ}{8 \angle 0^\circ} = 0$$

$$\dot{E}_{B0} = 130,5 \angle -48,45^\circ \text{ V} \quad \dot{E}_{A0} = \dot{E}_{B0} + \dot{E}_{AB} = 95,78 \angle 104,17^\circ \text{ V}$$

$$\dot{E}_{C0} = \dot{E}_{B0} - \dot{E}_{BC} = 165,36 \angle -143,80^\circ \text{ V}$$

Pode-se então determinar as correntes de linha/fase:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_{A0}}{\dot{Z}_1} = 19,16 \angle 74,17^\circ \text{ A} \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_{B0}}{\dot{Z}_2} = 13,05 \angle -28,45^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_{C0}}{\dot{Z}_3} = 20,67 \angle -143,80^\circ \text{ A}$$

Pode-se então calcular a tensão de deslocamento de neutro: $\dot{E}_{0N} = \dot{E}_{BN} - \dot{E}_{B0} = 41,42 \angle 55,53^\circ \text{ V}$

VI.8 Potência Trifásica

VI.8.1 Potência em Cargas Trifásicas Equilibradas

Como as impedâncias de fase das cargas equilibradas em Δ ou Y tem correntes iguais, a potência de fase é igual a um terço da potência total. Supondo uma carga ligada em Y tem-se:

$$P_{fase} = E_f \cdot I_f \cdot \cos \phi$$

$$P_T = 3 \cdot E_f \cdot I_f \cdot \cos \phi$$

como $E_f = \frac{E_\ell}{\sqrt{3}}$ e $I_f = I_\ell$

$$P_T = \sqrt{3} \cdot E_\ell \cdot I_\ell \cdot \cos \phi$$

Para uma carga ligada em Δ , chega-se ao mesmo resultado. Portanto:

$$P = \sqrt{3} \cdot E_\ell \cdot I_\ell \cdot \cos \phi \quad [W]$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot E_\ell \cdot I_\ell \cdot \sin \phi \quad [VAR]$$

$$S = \sqrt{3} \cdot E_\ell \cdot I_\ell \quad [VA]$$

$$FP = \cos \phi$$

Exemplo 5: Uma carga equilibrada em Δ com $\dot{Z}_\Delta = 12 \angle 30^\circ \Omega$ e uma carga ligada em Y com $\dot{Z}_Y = 5,0 \angle 45^\circ \Omega$ são alimentadas por um sistema trifásico com $E_\ell = 208 \text{ V}$. Determinar a corrente na linha, todas as potências e o fator de potência.

Na resolução deste exercício será utilizada a técnica de redução ao monofásico equivalente. Assim o primeiro passo é transformar a carga em Δ em uma carga em Y. Assim:

$$\dot{Z}_Y = \frac{\dot{Z}_\Delta}{3} = \frac{12 \angle 30^\circ}{3} = 4 \angle 30^\circ \Omega$$

Pode-se então determinar a impedância equivalente (cf. exemplo 3):

$$\dot{Z}_{eq} = 4 \angle 30^\circ // 5 \angle 45^\circ = \frac{20 \angle 75^\circ}{8,92 \angle 38,38^\circ} = 2,24 \angle 36,62^\circ \Omega$$

Com impedância equivalente pode-se determinar a corrente na linha. Como a carga está ligada em Δ o cálculo da corrente é feito da seguinte maneira:

$$E_\ell = I_f \cdot Z_{eq} \Rightarrow I_f = \frac{E_\ell}{\sqrt{3} \cdot Z_{eq}} \Rightarrow \sqrt{3} \cdot I_\ell = \frac{E_\ell}{Z_{eq}} \Rightarrow I_\ell = \frac{E_\ell}{\sqrt{3} \cdot Z_{eq}} = \frac{208}{\sqrt{3} \cdot 2,24} = 53,57 \text{ A}$$

Pode-se então calcular as potências:

$$\theta = \angle Z_{eq} = 36,62^\circ$$

$$FP = \cos \phi = \cos(36,62^\circ) = 0,80 \text{ atrasado}$$

$$P = \sqrt{3} \cdot E_\ell \cdot I_\ell \cdot \cos \phi = \sqrt{3} \cdot 208 \cdot 53,57 \cdot 0,8 = 15490 \text{ W}$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot E_\ell \cdot I_\ell \cdot \sin \phi = \sqrt{3} \cdot 208 \cdot 53,57 \cdot \sin(36,62^\circ) = 11512 \text{ VAR}$$

$$S = \sqrt{3} \cdot E_\ell \cdot I_\ell = \sqrt{3} \cdot 208 \cdot 53,57 = 19294 \text{ VA}$$

VI.8.2 Potência em Cargas Trifásicas Desequilibradas

Com impedâncias diferentes tem-se correntes diferentes e potências por fase diferentes. Logo deve-se calcular a potência em cada fase e depois somá-las (somente as potências ativa e reativa).

$$\begin{aligned} P_{f1} &= E_{f1} \cdot I_{f1} \cdot \cos \phi_1 \quad [W] & Q_{f1} &= E_{f1} \cdot I_{f1} \cdot \sin \phi_1 \quad [VAR] \\ P_{f2} &= E_{f2} \cdot I_{f2} \cdot \cos \phi_2 \quad [W] & Q_{f2} &= E_{f2} \cdot I_{f2} \cdot \sin \phi_2 \quad [VAR] \\ P_{f3} &= E_{f3} \cdot I_{f3} \cdot \cos \phi_3 \quad [W] & Q_{f3} &= E_{f3} \cdot I_{f3} \cdot \sin \phi_3 \quad [VAR] \\ P_T &= P_1 + P_2 + P_3 \quad [W] & Q_T &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad [VAR] \\ S &= P_T + jQ_T \quad [VA] \\ FP &= \cos \phi = \frac{P_T}{S_T} \end{aligned}$$

Exemplo 6: Um sistema trifásico, 220 V, alimenta as seguintes cargas ligadas em Y a 4 fios: $\dot{Z}_A = 5 \angle 30^\circ \Omega$, $\dot{Z}_B = 10 \angle -20^\circ \Omega$ e $\dot{Z}_C = 8 \angle 0^\circ \Omega$. Pede-se determinar as potências por fase e as potências totais.

O primeiro passo é a determinação das correntes solicitadas pelas impedâncias. Assim:

$$\begin{aligned} I_A &= \frac{E_{AN}}{Z_A} = \frac{E_{AB}}{\sqrt{3} \cdot Z_A} = \frac{220}{\sqrt{3} \cdot 5} = 25,40 \text{ A} \\ I_B &= \frac{E_{BN}}{Z_B} = \frac{E_{BC}}{\sqrt{3} \cdot Z_B} = \frac{220}{\sqrt{3} \cdot 10} = 12,70 \text{ A} \\ I_C &= \frac{E_{CN}}{Z_C} = \frac{E_{CA}}{\sqrt{3} \cdot Z_C} = \frac{220}{\sqrt{3} \cdot 8} = 15,88 \text{ A} \end{aligned}$$

Pode-se agora determinar as potências ativas nas fases:

$$\begin{aligned} P_A &= E_{AN} \cdot I_A \cdot \cos \phi_A = \frac{220}{\sqrt{3}} \cdot 25,40 \cdot \cos(30^\circ) = 2794 \text{ W} \\ P_B &= E_{BN} \cdot I_B \cdot \cos \phi_B = \frac{220}{\sqrt{3}} \cdot 12,70 \cdot \cos(-20^\circ) = 1516 \text{ W} \\ P_C &= E_{CN} \cdot I_C \cdot \cos \phi_C = \frac{220}{\sqrt{3}} \cdot 15,88 \cdot \cos(0^\circ) = 2017 \text{ W} \end{aligned}$$

Da mesma maneira pode-se calcular potências reativas nas fases:

$$\begin{aligned} Q_A &= E_{AN} \cdot I_A \cdot \sin \phi_A = \frac{220}{\sqrt{3}} \cdot 25,40 \cdot \sin(30^\circ) = 1613 \text{ VAR} \\ Q_B &= E_{BN} \cdot I_B \cdot \sin \phi_B = \frac{220}{\sqrt{3}} \cdot 12,70 \cdot \sin(-20^\circ) = -552 \text{ VAR} \\ Q_C &= E_{CN} \cdot I_C \cdot \sin \phi_C = \frac{220}{\sqrt{3}} \cdot 15,88 \cdot \sin(0^\circ) = 0 \text{ VAR} \end{aligned}$$

As potências ativas e reativas totais são:

$$\begin{aligned} P_T &= P_A + P_B + P_C = 2794 + 1516 + 2017 = 6327 \text{ W} \\ Q_T &= Q_A + Q_B + Q_C = 1613 - 552 + 0 = 1061 \text{ VAR} \end{aligned}$$

A potência aparente total e o fator de potência total são dados por:

$$S_T = |\dot{S}_T| = |P_T + jQ_T| = |6327 + j1061| = 6415 \text{ VA}$$

$$FP = \cos\phi = \frac{P_T}{S_T} = \frac{6327}{6415} = 0,99 \text{ atrasado}$$

VI.8.3 Cargas Trifásicas e o Método dos Dois Watímetros

Dois watímetros ligados em qualquer duas linhas de um sistema trifásico de três fios indicará a potência trifásica total absorvida pelo circuito. Este valor é dado pela soma das leituras dos dois watímetros. Poderá haver indicação de leitura negativa em um dos watímetros, entretanto a soma das duas leituras sempre será positiva ou nula. Considerando os dois watímetros colocados nas linhas A e C, as duas leituras serão dadas por:

$$P_1 = E_{AB} \cdot I_A \cdot \cos(\angle \text{entre } \dot{E}_{AB} \text{ e } \dot{I}_A)$$

$$P_2 = E_{CB} \cdot I_C \cdot \cos(\angle \text{entre } \dot{E}_{CB} \text{ e } \dot{I}_C)$$

$$P_T = P_1 + P_2$$

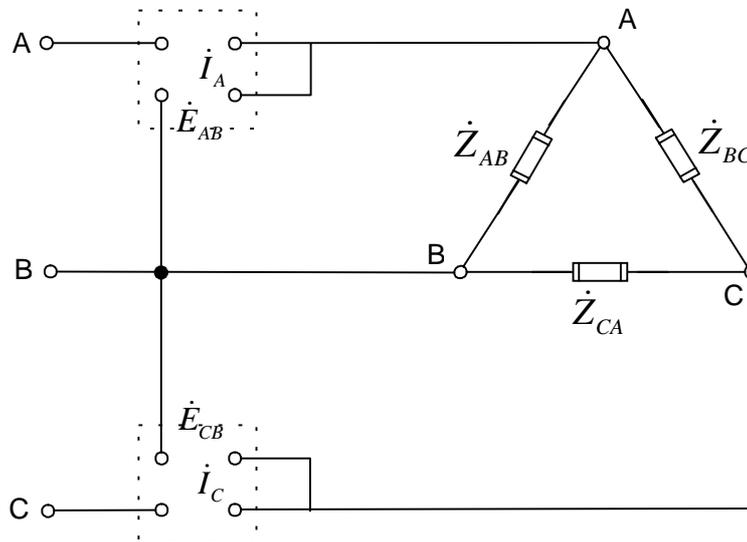
Para o caso de carga equilibrada, com E_ℓ e I_ℓ sendo respectivamente a tensão e corrente de linha e θ o ângulo da impedância, as expressões acima podem ser escritas como:

$$P_1 = E_\ell \cdot I_\ell \cdot \cos(\theta + 30^\circ)$$

$$P_2 = E_\ell \cdot I_\ell \cdot \cos(\theta - 30^\circ)$$

$$P_T = P_1 + P_2$$

A figura abaixo apresenta a colocação dos dois watímetros em um circuito com uma carga ligada em Δ .

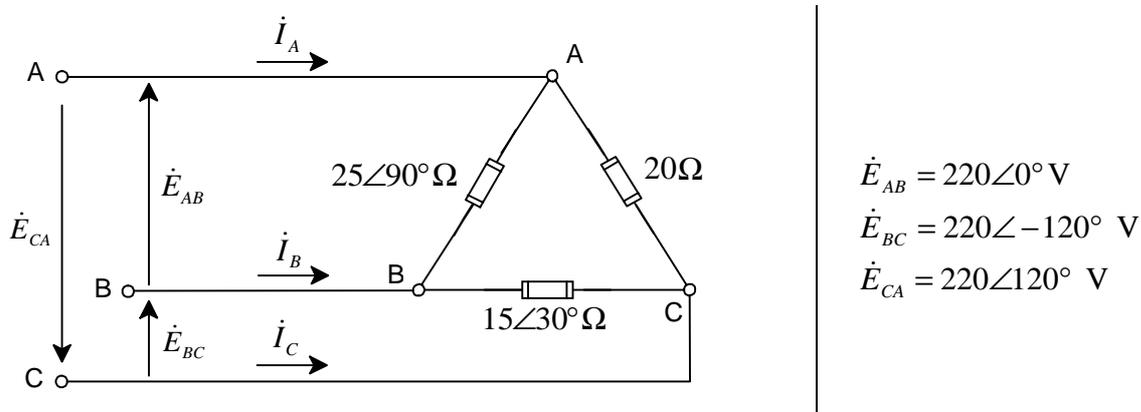


O fator de potência, que pode ser indutivo ou capacitivo dependendo da carga, pode ser determinado experimentalmente como sendo:

$$FP = \cos(\text{tg}^{-1}\theta) \quad e \quad \text{tg}\theta = \left| \sqrt{3} \cdot \left(\frac{W_2 - W_1}{W_2 + W_1} \right) \right|$$

onde W_2 e W_1 são respectivamente as leituras dos watímetros 2 e 1.

Exemplo 7: Uma fonte trifásica com seqüência ABC, com $\dot{E}_{AB} = 220\angle 0^\circ$ V na referência tem uma carga ligada em Δ não equilibrada, conforme figura abaixo. Obter as correntes de linha e a potência total consumida através do método dos dois watímetros, com estes colocados nas fases A e B e também pela soma das potências por fase.



O primeiro passo é a determinação das correntes solicitadas pelas impedâncias. Assim:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{E}_{AB}}{\dot{Z}_A} = \frac{220\angle 0^\circ}{25\angle 90^\circ} = 8,8\angle -90^\circ = (0 - j8,8) \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{E}_{BC}}{\dot{Z}_B} = \frac{220\angle -120^\circ}{15\angle 30^\circ} = 14,67\angle -150^\circ = (-12,7 - j7,33) \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{E}_{CA}}{\dot{Z}_C} = \frac{220\angle 120^\circ}{20\angle 0^\circ} = 11,0\angle 120^\circ = (-5,5 + j9,53) \text{ A}$$

Pode-se então calcular as correntes de linha:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 8,8\angle -90^\circ - 11,0\angle 120^\circ = 19,14\angle -73,30^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = 14,67\angle -150^\circ - 8,8\angle -90^\circ = 12,78\angle 173,40^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = 11,0\angle 120^\circ - 14,67\angle -150^\circ = 18,33\angle 66,87^\circ \text{ A}$$

Pode-se agora passar ao cálculo das potências, primeiramente pelo método dos dois watímetros (observar que a tensão no primeiro watímetro é \dot{E}_{AC} que é igual a $-\dot{E}_{CA}$ que vale $220\angle -60^\circ$ V):

$$P_1 = E_{AC} \cdot I_A \cdot \cos(\angle \text{entre } \dot{E}_{AC} \text{ e } \dot{I}_A) = 220 \cdot 19,14 \cdot \cos(-60^\circ + 73,30^\circ) = 4098 \text{ W}$$

$$P_2 = E_{BC} \cdot I_B \cdot \cos(\angle \text{entre } \dot{E}_{BC} \text{ e } \dot{I}_B) = 220 \cdot 12,78 \cdot \cos(240^\circ - 173,40^\circ) = 1117 \text{ W}$$

$$P_T = P_1 + P_2 = 4098 + 1117 = 5214 \text{ W}$$

Em seguida calcula-se a potência pelo método das potências de fase (observar que os ângulos dos fatores de potência são os ângulos das impedâncias):

$$P_{AB} = E_{AB} \cdot I_{AB} \cdot \cos\phi_{AB} = 220 \cdot 8,8 \cdot \cos(90^\circ) = 0 \text{ W}$$

$$P_{BC} = E_{BC} \cdot I_{BC} \cdot \cos\phi_{BC} = 220 \cdot 14,67 \cdot \cos(30^\circ) = 2795 \text{ W}$$

$$P_{CA} = E_{CA} \cdot I_{CA} \cdot \cos\phi_{CA} = 220 \cdot 11 \cdot \cos(0^\circ) = 2420 \text{ W}$$

$$P_T = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = 0 + 2795 + 2420 = 5215 \text{ W}$$

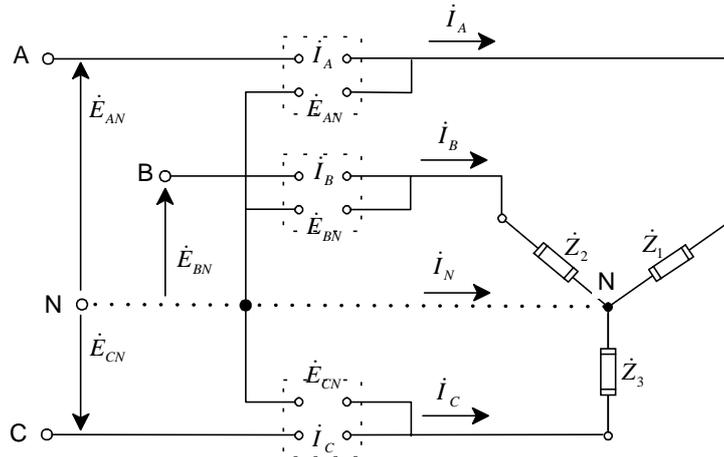
Obs.: com o método das potências de fase não é necessário conhecer-se a seqüência adotada.

VI.8.4 Cargas Trifásicas e o Método dos Três Watímetros

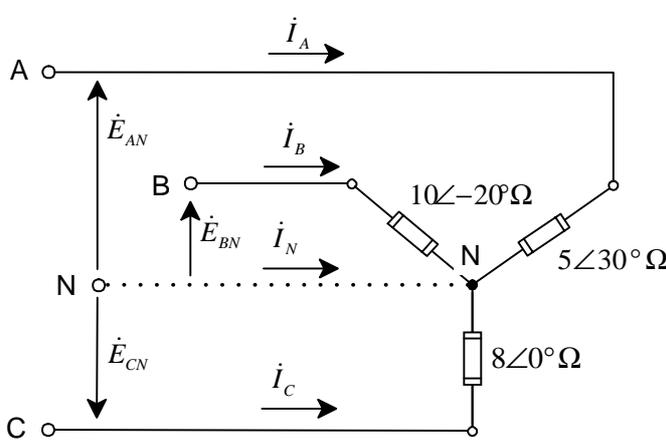
Este método é utilizado quando se tem um sistema em Y a 4 fios (com neutro). Neste método cada watímetro é colocado em uma fase e a potência total é dada pela soma das potências medidas por cada watímetro. Assim:

$$\begin{aligned} P_A &= E_{AN} \cdot I_A \cdot \cos \phi_A & P_B &= E_{BN} \cdot I_B \cdot \cos \phi_B \\ P_C &= E_{CN} \cdot I_C \cdot \cos \phi_C & P_T &= P_A + P_B + P_C \end{aligned}$$

A figura abaixo apresenta a colocação dos três watímetros em um circuito com uma carga ligada em Y a 4 fios.



Exemplo 8: Uma fonte trifásica com seqüência CBA, com $\dot{E}_{BC} = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$ na referência tem uma carga ligada em Y a 4 fios não equilibrada, conforme figura abaixo. Obter as correntes de linha e a potência total consumida através do método dos três watímetros.



$$\begin{aligned} \dot{E}_{AN} &= \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -150^\circ = 127,02 \angle 90^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{BN} &= \frac{220}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = 127,02 \angle -30^\circ \text{ V} \\ \dot{E}_{CN} &= \frac{220}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ = 127,02 \angle -150^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

O primeiro passo é a determinação das correntes solicitadas pelas impedâncias. Assim:

$$\begin{aligned} \dot{i}_A &= \frac{\dot{E}_{AN}}{\dot{Z}_A} = \frac{127,02 \angle 90^\circ}{5 \angle 30^\circ} = 25,40 \angle 60^\circ \text{ A} & \dot{i}_B &= \frac{\dot{E}_{BN}}{\dot{Z}_B} = \frac{127,02 \angle -30^\circ}{10 \angle -20^\circ} = 12,70 \angle -10^\circ \text{ A} \\ \dot{i}_C &= \frac{\dot{E}_{CN}}{\dot{Z}_C} = \frac{127,02 \angle -150^\circ}{8 \angle 0^\circ} = 15,88 \angle -150^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

Pode-se então calcular as potências medidas pelos três watímetros (observar que os ângulos dos fatores de potência são os ângulos das impedâncias):

$$P_A = E_{AN} \cdot I_A \cdot \cos\phi_A = 127,02 \cdot 24,40 \cdot \cos(30^\circ) = 2794 \text{ W}$$

$$P_B = E_{BN} \cdot I_B \cdot \cos\phi_B = 127,02 \cdot 12,70 \cdot \cos(-20^\circ) = 1516 \text{ W}$$

$$P_C = E_{CN} \cdot I_C \cdot \cos\phi_C = 127,02 \cdot 15,88 \cdot \cos(0^\circ) = 2017 \text{ W}$$

$$P_T = P_A + P_B + P_C = 2794 + 1516 + 2017 = 6327 \text{ W}$$

Observar que novamente a seqüência de fase utilizada não foi utilizada para o cálculo das potências.