Um número é dito impadrático quando é raiz de uma equação quadrática com coeficientes inteiros ímpares. Por exemplo, $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ é impadrático, pois é raiz da equação $x^2 - x - 1 = 0$.
Qual dos números a seguir é impadrático?

A) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1+\sqrt{5}}{5}$ C) $\frac{1+\sqrt{6}}{2}$ D) $\frac{1-\sqrt{7}}{4}$ E) $\frac{1-\sqrt{13}}{6}$

1. Pelas Relações de Girard, o produto das raízes de uma equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$ é c/a e a soma, $-b/a$. Vamos considerar que os coeficientes são irredutíveis, isto é, mdc(a, b, c) = 1.

2. Pela fórmula de Bháskara, podemos deduzir que as raízes com o formato das alternativas vem aos pares, uma com radical positivo, outra com radical negativo.

3. Levando em conta (1) e (2), vamos testar cada alternativa, na ordem:

$$A)\ \frac{1+\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1-\sqrt{3}}{2} = \frac{1-3}{4} = \frac{-1}{2} = \frac{c}{a} \Rightarrow a \text{ é par}$$

$$B)\ \frac{1+\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{1-\sqrt{5}}{5} = \frac{1-5}{25} = \frac{-4}{25} = \frac{c}{a} \Rightarrow c \text{ é par}$$

$$C)\ \frac{1+\sqrt{6}}{2}\cdot\frac{1-\sqrt{6}}{2} = \frac{1-6}{4} = \frac{-5}{4} = \frac{c}{a} \Rightarrow a \text{ é par}$$

$$D)\ \frac{1+\sqrt{7}}{4}\cdot\frac{1-\sqrt{7}}{4} = \frac{1-7}{16} = \frac{-3}{8} = \frac{c}{a} \Rightarrow a \text{ é par}$$

$$E)\ \frac{1+\sqrt{13}}{6}\cdot\frac{1-\sqrt{13}}{6} = \frac{1-13}{36} = \frac{-1}{3} = \frac{c}{a} \Rightarrow a \text{ e } c \text{ têm a mesma paridade}$$

$$\frac{1+\sqrt{13}}{6} + \frac{1-\sqrt{13}}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = -\frac{b}{a} \Rightarrow a \text{ e } b \text{ têm a mesma paridade}$$

Logo, a, b e c têm a mesma paridade.

$\therefore a, b$ e c são todos ímpares.