

# aprovado UEA

O pré-vestibular da

Ano V  
n.º 14

*Matemática*  
*Física*  
*Português*  
*História*  
*Biologia*

**Guia** de  
**Profissões**  
**Letras**

**UEA**  
UNIVERSIDADE  
DO ESTADO DO  
AMAZONAS



**AMAZONAS**  
GOVERNO DO ESTADO



O domínio de uma língua estrangeira transformou-se em exigência do mercado de trabalho. Mais importante, ainda, é saber a própria língua. A crescente importância do conhecimento de Língua Portuguesa e de idiomas estrangeiros aumenta as oportunidades do bacharel em Letras, já que sua função é estudar e ensinar a língua e a literatura de diversos países.

Ao se dedicar a essa atividade, ele, fatalmente, passa a entender a forma de pensamento de um povo, de sua história e de sua cultura. Em geral, esse profissional se especializa em uma língua moderna – Inglês, Francês, Espanhol, Alemão, Árabe, Japonês, por exemplo, ou morta, como Latim e Grego. Por mais que conheça uma língua e sua literatura, vai ter de estudá-la pelo resto da vida para se manter atualizado com novas palavras e expressões idiomáticas.

A valorização do conhecimento de idiomas estrangeiros pelo mercado de trabalho fez com que várias escolas de línguas fossem

abertas nos últimos anos em todo o país, sobretudo nas cidades de porte médio.

Conseqüentemente, estão surgindo vagas nesse setor. É possível ser professor particular de línguas para funcionários de empresas empenhadas em aperfeiçoar seu pessoal. Os maiores empregadores, porém, continuam sendo as escolas de nível Fundamental e Médio.

Mas quem quiser seguir a carreira acadêmica, dedicando-se à pesquisa e ao ensino nas universidades, deve empenhar-se em continuar seus estudos, fazendo mestrado e doutorado.

Você pode optar pelo bacharelado ou pela licenciatura. Apenas com ela, é possível ser professor de língua portuguesa ou de outros idiomas. Prepare-se para muita leitura: análise de livros, redação, tradução e versão de textos ocupam boa parte da carga horária do curso. Entre as matérias teóricas, haverá Teoria Literária, Teoria Lingüística, Sintaxe, Morfologia, Semântica e Fonologia (o estudo dos sons de um idioma). Em laboratório, praticará sua fluência na língua escolhida. A duração média é de quatro anos.

O curso de Letras caracteriza-se por estabelecer uma reflexão crítica voltada para os fenômenos da linguagem em todas as suas manifestações. O graduado em Letras poderá, além de dedicar-se à docência nos ensinos de nível Fundamental, Médio ou Superior e às atividades de pesquisa, vir a desempenhar outras funções na sociedade, como editoração, produção de textos, crítica literária, tradução e demais profissões que exigem conhecimento de línguas, prática em trabalhar com textos e conhecimento de culturas estrangeiras.

Durante o curso, o aluno desenvolve habilidades de leitura, análise, interpretação e produção de textos em Língua Portuguesa ou em Língua Estrangeira de sua escolha. Estuda as teorias literárias e autores brasileiros e estrangeiros. Nos estudos lingüísticos, aprende os sons da língua, sua história, sua gramática, seus usos em diversas situações e suas manifestações artísticas, entre outros aspectos. Analisa, ainda, as relações entre a Linguagem e a História, a Sociologia, a Educação, a Psicanálise, a Neurologia e as Artes em geral. Na maioria das universidades, o curso de Letras é oferecido nas modalidades:

Licenciatura – Voltada, especificamente, para a formação de professores, é exigida para o exercício do magistério nos ensinos Fundamental e Médio.

Bacharelado – Prepara o aluno para atuar em outras esferas do mercado de trabalho – como Ensino Superior, Tradução e Edição.



### A área de atuação

Grande parte dos profissionais formados em Letras atua como professores dos ensinos Fundamental, Médio e Superior, além de contar com oportunidades de trabalho em Cursos de Línguas. Ao contrário do que muitos acreditam, porém, o campo de atuação é aberto e não está restrito à sala de aula. Eles também podem exercer as seguintes atividades: tradução; preparação de textos para edição; crítica literária; revisão, geralmente em editoras; consultoria em empresas de comunicação; na área de Fonética e Aquisição da Linguagem, há, igualmente, demanda por profissionais formados em Letras.

### O curso na UEA

Devido à carência de recursos humanos no setor, o Curso de Letras da Universidade do Estado do Amazonas (UEA) é oferecido, prioritariamente, no interior do Estado – Parintins, Itacoatiara e Tabatinga –, mas também na capital.

O objetivo do curso é a formação de profissionais para atuar, prioritariamente, no ensino da Língua Portuguesa e Literatura Brasileira e também no ensino da Língua Inglesa em caráter complementar. O profissional formado pelo curso deverá ser capaz de contribuir exatamente para o conhecimento da Língua Portuguesa e utilizar metodologias eficientes para o ensino da Língua Portuguesa.

Depois de formados, os alunos poderão exercer a profissão em instituições educacionais tanto particulares quanto públicas, em Secretarias de Educação Municipais e/ou Estaduais, em Entidades da Sociedade Civil Organizada e como Empreendedores Educacionais.

O Curso é oferecido por sistema de créditos, em oito períodos (quatro anos), com uma carga horária de 2.930 horas e um período de integralização mínimo de 3 e máximo de 4 anos.

## Índice

### MATEMÁTICA

**Matrizes** ..... Pág. 03  
(aula 79)

### FÍSICA

**Refração da luz** ..... Pág. 05  
(aula 80)

### PORTUGUÊS

**Crise** ..... Pág. 07  
(aula 81)

### HISTÓRIA

**Segunda revolução industrial e o Imperialismo** ..... Pág. 09  
(aula 82)

### BIOLOGIA

**Genética do sexo** ..... Pág. 11  
(aula 83)

### MATEMÁTICA

**Determinante** ..... Pág. 13  
(aula 84)

**Referências bibliográficas** ..... Pág. 15



## Matrizes

O crescente uso dos computadores tem feito que a teoria das matrizes seja cada vez mais aplicada em áreas como Economia, Engenharia, Física, dentre outras. Vejamos um exemplo.

A tabela a seguir representa as notas de três alunos em uma etapa:

	Química	Inglês	Literatura	Espanhol
A	8	7	9	8
B	6	6	7	6
C	4	8	5	9

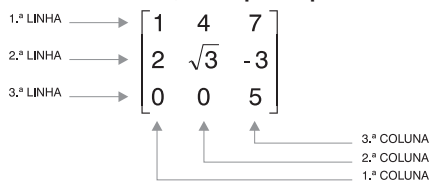
Se quisermos saber a nota do aluno **B** em Literatura, basta procurar o número que fica na segunda linha e na terceira coluna da tabela.

Vamos, agora, considerar uma tabela de números dispostos em linhas e colunas, como no exemplo acima, mas colocados entre parênteses ou colchetes:

$$\text{LINHA} \rightarrow \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 8 \\ 6 & 6 & 7 & 6 \\ 4 & 8 & 5 & 9 \end{pmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} 8 & 7 & 9 & 8 \\ 6 & 6 & 7 & 6 \\ 4 & 8 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

COLUNA

Em tabelas assim dispostas, os números são os elementos. As linhas são enumeradas **de cima para baixo** e as colunas, **da esquerda para direita**:



Tabelas com **m** linhas e **n** colunas (**m** e **n** números naturais diferentes de 0) são denominadas matrizes **m x n**. Na tabela anterior, temos, portanto, uma matriz **3 x 3**. Veja mais alguns exemplos:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 30 & -3 & 17 \end{bmatrix} \text{ é uma matriz do tipo } 2 \times 3.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ é uma matriz do tipo } 2 \times 2.$$

### Notação geral

Costuma-se representar as matrizes por **letras maiúsculas** e seus elementos por **letras minúsculas**, acompanhadas por **dois índices** que indicam, respectivamente, a linha e a coluna que o elemento ocupa.

Assim, uma matriz **A** do tipo **m x n** é representada por:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

ou, abreviadamente,  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ , em que **i** e **j** representam, respectivamente, a linha e a coluna que o elemento ocupa. Por exemplo, na matriz anterior,  $a_{23}$  é o elemento da 2.<sup>a</sup> linha e da 3.<sup>a</sup> coluna.

Na matriz  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 4 & \frac{1}{2} & \sqrt{2} \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ , temos:

$$\begin{cases} a_{11} = 2, a_{12} = -1 \text{ e } a_{13} = 5 \\ a_{21} = 4, a_{22} = \frac{1}{2} \text{ e } a_{23} = \sqrt{2} \\ a_{31} = 0, a_{32} = 1 \text{ e } a_{33} = -2 \end{cases}$$

Ou, na matriz  $B = [-1 \ 0 \ 2 \ 5]$ , temos:  $a_{11} = -1$ ,  $a_{12} = 0$ ,  $a_{13} = 2$  e  $a_{14} = 5$ .

### Denominações especiais

Algumas matrizes, por suas características, recebem denominações especiais.

**Matriz linha:** matriz do tipo  $1 \times n$ , ou seja, com uma única linha. Por exemplo, a matriz  $A = [4 \ 7 \ -3 \ 1]$ , do tipo  $1 \times 4$ .

**Matriz coluna:** matriz do tipo  $m \times 1$ , ou seja, com uma única coluna. Por exemplo,  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ , do tipo  $3 \times 1$ .

**Matriz quadrada:** matriz do tipo  $n \times n$ , ou seja, com o mesmo número de linhas e colunas; dizemos que a matriz é de ordem **n**. Por

exemplo, a matriz  $C = \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$  é do tipo  $2 \times 2$ , isto

é, quadrada de ordem 2.

**Matriz identidade:** matriz quadrada em que todos os elementos da diagonal principal são iguais a 1, e os demais são nulos; é representada por  $I_n$ , sendo **n** a ordem da matriz. Por exemplo:

$$a) I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad b) I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Assim, para uma matriz identidade:

$$I_n = [a_{ij}], a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

**Matriz transposta:** matriz  $A'$  obtida a partir da matriz  $A$ , trocando-se, ordenadamente, as linhas por colunas ou as colunas por linhas. Por exemplo:

$$\text{Se } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, \text{ então } A' = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Desse modo, se a matriz **A** é do tipo **m x n**, **A'** é do tipo **n x m**. Note que a 1.<sup>a</sup> linha de **A** corresponde à 1.<sup>a</sup> coluna de **A'** e a 2.<sup>a</sup> linha de **A** corresponde à 2.<sup>a</sup> coluna de **A'**.

**Matriz simétrica:** matriz quadrada de ordem **n**,

tal que  $A = A'$ . Por exemplo,  $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 6 \\ 5 & 2 & 4 \\ 6 & 4 & 8 \end{bmatrix}$

é simétrica, pois  $a_{12} = a_{21} = 5$ ,  $a_{13} = a_{31} = 6$ ,  $a_{23} = a_{32} = 4$ , ou seja, temos sempre  $a_{ij} = a_{ji}$ .

**Matriz oposta:** matriz  $-A$  obtida a partir de **A**, trocando-se o sinal de todos os elementos de **A**.

Por exemplo, Se  $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ , então  $-A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ .

### Igualdade de matrizes

Duas matrizes, **A** e **B**, do mesmo tipo **m x n**, são iguais se, e somente se, todos os elementos que ocupam a mesma posição são iguais:

$$A = B \Leftrightarrow a_{ij} = b_{ij} \text{ para todo } 1 \leq i \leq m \text{ e todo } 1 \leq j \leq n$$

Se  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & b \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & c \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  e  $A = B$ , então  $c = 0$  e  $b = 3$

### Operações envolvendo matrizes

#### Adição

Dadas as matrizes,  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  e  $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ , chamamos de soma dessas matrizes a matriz  $C = [C_{ij}]_{m \times n}$ , tal que  $C_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ , para todo  $1 \leq i \leq m$  e todo  $1 \leq j \leq n$ .

$$A + B = C$$

Exemplos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2 & 4+(-1) \\ 0+0 & 7+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 2+3 & 3+1 & 0+1 \\ 0+1 & 1+(-1) & -1+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Observação:**  $A + B$  existe se, e somente se, **A** e **B** forem do mesmo tipo.

#### Propriedades

# Desafio Matemático

**01.** Diz-se que uma matriz quadrada é simétrica se ela for igual à sua matriz transposta. Determine **x** e **y** a fim de que

a matriz  $\begin{bmatrix} 2 & -1 & x^2-4 \\ x+1 & 1 & 2y \\ 0 & 2+y & 2 \end{bmatrix}$  seja simétrica

- a) -2 e 2      b) 0 e 1      c) -2 e 1  
d) 2 e 3      e) -3 e 2

**02.** Determine **x** e **y** reais, de modo que

$$\begin{bmatrix} 2^x-1 & y^4 \\ y^x & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

- a) 1 e 2      b) 1 e -1  
c) 0 e 1      d) 1 e 3  
e) -1 e 2

**03.** Determine a matriz **X**, tal que  $\frac{1}{4} \cdot (X - A)^t = B + C$ .

- a)  $A + (4B+4C)^t$       b)  $A - (4B+4C)^t$   
c)  $A + (4B-4C)^t$       d)  $A + (4B+4C)^t$   
e)  $A + (B+4C)^t$

**04.** Determine **x** e **y** na equação

$$\begin{pmatrix} x & 0 \\ 1 & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -y \\ x & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -8 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}$$

- a) 2 e -4      b) 4 e 3  
c) 0 e 1      d) 1 e 2      e) 2 e 4

**05.** Determine **x** e **y** a fim de que as matrizes

$$\begin{pmatrix} 0 & x \\ y & 3 \end{pmatrix} \text{ e } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \text{ comutem.}$$

- a)  $3/2$  e  $-1/4$       b)  $1/2$  e  $3/4$   
c)  $3/2$  e  $-3/4$       d) 2 e 3  
e) 1 e  $1/2$

**06.** Resolva a equação matricial

$$\begin{pmatrix} 0 & 7^x \\ 5-2x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5^y \\ 7^y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \log 10 \\ \log 10^{125} \end{pmatrix}$$

- a) -3 e 2      b) 3 e -2  
c) -3 e 3      d) 0 e 1  
e) 1 e 2

**07.** Uma matriz quadrada **A** se diz ortogonal se **A** é inversível e  $A^{-1} = A^t$ . Para que valores de **x** e **y** reais a matriz  $\begin{pmatrix} \pi & x \\ y & \pi \end{pmatrix}$  é ortogonal?

- a) -2 e 3      b) 1 e 2  
c) 0 e 1      d) 2 e -3  
e) nenhum valor de **x** e **y**

**08.** Resolva o sistema matricial:

$$\begin{cases} X + Y = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} \\ X - Y = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \end{cases}$$

a)  $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$  e  $Y = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}$       b)  $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$  e  $Y = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}$

c)  $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$  e  $Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}$       d)  $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$  e  $Y = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}$

e)  $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$  e  $Y = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}$

# Desafio Matemático

Seendo **A**, **B** e **C** matrizes do mesmo tipo ( $m \times n$ ), temos as seguintes propriedades para a adição:

- a) **comutativa:**  $A + B = B + A$
- b) **associativa:**  $(A + B) + C = A + (B + C)$
- c) **elemento neutro:**  $A + 0 = 0 + A = A$ , sendo **0** a matriz nula  $m \times n$
- d) **elemento oposto:**  $A + (-A) = (-A) + A = 0$

### Subtração

Dadas as matrizes  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  e  $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ , chamamos de diferença entre essas matrizes a soma de **A** com a matriz oposta de **B**:

$A - B = A + (-B)$ . Observe:

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}}_B = \begin{bmatrix} 3+(-1) & 0+(-2) \\ 4+0 & -7+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

### Multiplicação de um número real por uma matriz

Dados um número real **x** e uma matriz **A** do tipo  $m \times n$ , o produto de **x** por **A** é uma matriz **B** do tipo  $m \times n$  obtida pela multiplicação de cada elemento de **A** por **x**, ou seja,  $b_{ij} = xa_{ij}$ :

$$B = x \cdot A$$

Observe o seguinte exemplo:

$$3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 2 & 3 \cdot 7 \\ 3 \cdot (-1) & 3 \cdot 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 21 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

### Propriedades

Seendo **A** e **B** matrizes do mesmo tipo ( $m \times n$ ) e **x** e **y** números reais quaisquer, valem as seguintes propriedades:

- a) **associativa:**  $x \cdot (yA) = (xy) \cdot A$
- b) **distributiva de um número real em relação à adição de matrizes:**  $x \cdot (A + B) = xA + xB$
- c) **distributiva de uma matriz em relação à adição de dois números reais:**  $(x + y) \cdot A = xA + yA$
- d) **elemento neutro:**  $xA = A$ , para  $x=1$ , ou seja,  $A=A$

### Multiplicação de matrizes

O produto de uma matriz por outra não é determinado por meio do produto dos seus respectivos elementos.

Assim, o produto das matrizes  $A = (a_{ij})_{m \times p}$  e  $B = (b_{ij})_{p \times n}$  é a matriz  $C = (c_{ij})_{m \times n}$ , em que cada elemento  $c_{ij}$  é obtido por meio da soma dos produtos dos elementos correspondentes da *i*-ésima linha de **A** pelos elementos da *j*-ésima coluna de **B**.

Exemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Vamos multiplicar a matriz para entender como se obtém cada  $C_{ij}$ :

1.ª linha e 1.ª coluna:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 4 & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \quad C_{11}$$

1.ª linha e 2.ª coluna:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 4 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \\ \dots & \dots \end{bmatrix} \quad C_{12}$$

2.ª linha e 1.ª coluna:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 4 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \\ 3 \cdot (-1) + 4 \cdot 4 & \dots \end{bmatrix} \quad C_{21}$$

2.ª linha e 2.ª coluna:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 4 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \\ 3 \cdot (-1) + 4 \cdot 4 & 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 \end{bmatrix} \quad C_{22}$$

Assim,  $A \cdot B = \begin{bmatrix} 7 & 7 \\ 13 & 17 \end{bmatrix}$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-1) \cdot 1 + 3 \cdot 3 & (-1) \cdot 2 + 3 \cdot 4 \\ 4 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & 4 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ 10 & 16 \end{bmatrix}$$

Portanto  $A \cdot B \neq B \cdot A$ , ou seja, para a multiplicação de matrizes não vale a propriedade comutativa. Vejamos outro exemplo com as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 2 + 3 \cdot 0 & 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 \\ 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) & 0 \cdot 2 + 1 \cdot 0 & 0 \cdot 3 + 1 \cdot 4 \\ -1 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) & -1 \cdot 2 + 4 \cdot 0 & -1 \cdot 3 + 4 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 18 \\ -2 & 0 & 4 \\ -9 & -2 & 13 \end{bmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot (-1) & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 \\ -2 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 4 \cdot (-1) & -2 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 4 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 17 \\ -8 & 10 \end{bmatrix}$$

Da definição, temos que a matriz produto  $A \cdot B$  só existe se o número de colunas de **A** for igual ao número de linhas de **B**:

$$A_{m \times p} \cdot B_{p \times n} = (A \cdot B)_{m \times n}$$

A matriz produto terá o número de linhas de **A** (*m*) e o número de colunas de **B** (*n*):

- Se  $A_{3 \times 2}$  e  $B_{2 \times 5}$ , então  $(A \cdot B)_{3 \times 5}$
- Se  $A_{4 \times 1}$  e  $B_{2 \times 3}$ , então não existe o produto.
- Se  $A_{4 \times 2}$  e  $B_{2 \times 1}$ , então  $(A \cdot B)_{4 \times 1}$

### Propriedades

Verificadas as condições de existência para a multiplicação de matrizes, valem as seguintes propriedades:

- a) **associativa:**  $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- b) **distributiva em relação à adição:**  $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$  ou  $(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$
- c) **elemento neutro:**  $A \cdot I_n = I_n \cdot A = A$ , sendo  $I_n$  a matriz identidade de ordem *n*.

Vimos que a propriedade comutativa, geralmente, não vale para a multiplicação de matrizes. Não vale também o anulamento do produto, ou seja: sendo  $0_{m \times n}$  uma matriz nula,  $A \cdot B = 0_{m \times n}$  não implica, necessariamente, que  $A = 0_{m \times n}$  ou  $B = 0_{m \times n}$ .

### Exemplo:

Considerando a equação matricial,

$$\begin{pmatrix} a & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 12 & -7 \end{pmatrix}$$

em que *a*, *b* e *c* são números reais, podemos afirmar que:

- a)  $c + b = 4$
- b) *a* é um número positivo
- c) não existem números reais *a*, *b* e *c*
- d) *c* não é um número inteiro
- e)  $a + b = c$

### Solução:

$$\begin{pmatrix} a & 2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 12 & -7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a + 2b & 4a + 2c \\ -3 + 5b & -12 + 5c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 12 & -7 \end{pmatrix}$$

$$5b = 15 \Rightarrow b = 3$$

$$5c = 5 \Rightarrow c = 1$$

$$a + 2b = 4 \Rightarrow a + 6 = 4 \Rightarrow a = -2$$

$$\therefore b + c = 4$$

### Matriz inversa

Dada uma matriz **A**, quadrada, de ordem *n*, se existir uma matriz  $A^{-1}$ , de mesma ordem, tal que  $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_n$ , então  $A^{-1}$  é matriz inversa de **A**. Representamos a matriz inversa por  $A^{-1}$ .

### Exemplo:

01. Sendo  $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ , determine a matriz inversa

da matriz **A**.

### Solução:

Sabemos que uma matriz multiplicada pela sua inversa resulta na matriz identidade, ou seja:

$$A \cdot A^{-1} = I$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4a + 5c = 1 \\ 4b + 5d = 0 \\ 3a + 4c = 0 \\ 3b + 4d = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a + 5c = 1 \\ 3a + 4c = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4b + 5d = 0 \\ 3b + 4d = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ c = -3 \end{cases}$$

Portanto a matriz inversa de **A** é  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

01. Sendo  $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  e  $b = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$  calcule o valor de  $2A - B$ .

a)  $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$     b)  $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$     c)  $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

d)  $\begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$     e)  $\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}$

02. Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ conclui-se}$$

que a matriz:

- a)  $AB$  é nula
- b)  $BA$  é não nula
- c)  $A^2$  é nula
- d)  $B^2$  é nula
- e)  $A + B$  é nula

03. Sabendo que  $\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , o

valor de  $yz$  é:

- a) -6
- b) -5
- c) -1
- d) 5
- e) 6

04. Se **A**, **B** e **C** são matrizes dos tipos  $4 \times 3$ ,  $3 \times 4$  e  $4 \times 2$ , respectivamente, então a transposta do produto  $A \cdot B \cdot C$  é uma matriz do tipo:

- a)  $4 \times 2$
- b)  $2 \times 4$
- c)  $3 \times 2$
- d)  $2 \times 3$
- e) nesta ordem o produto não é definido

05. O elemento  $a_{23}$  da matriz inversa de

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ é:}$$

- a) -1
- b)  $-1/3$
- c) 0
- d)  $2/3$
- e) 2

06. Sendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ , resolva a

equação  $A \cdot X = B$ .

a)  $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5/2 & -3/2 \end{pmatrix}$     b)  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5/2 & -3/2 \end{pmatrix}$

c)  $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5/2 & 3/2 \end{pmatrix}$     d)  $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -3/2 \end{pmatrix}$

e)  $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5/2 & -3 \end{pmatrix}$





**Refração da luz**

A velocidade de um raio luminoso muda quando ele passa de um meio para outro, sofrendo, em consequência, um desvio na sua direção de propagação. A esse fenômeno dá-se o nome de **refração da luz**.

**Índice de refração** – Caracteriza, do ponto de vista óptico, um meio transparente e homogêneo. A velocidade da luz em cada meio está associada ao índice de refração absoluto:

$$n = \frac{c}{v}$$

Na expressão acima, **c** é a velocidade da luz no vácuo ( $\approx 300.000\text{km/s}$ ), e **v** é a velocidade da luz em dado meio.

O índice de refração é também chamado de **refringência**. Diz-se que mais refringente é o meio com maior índice de refração; menos refringente, o meio com menor índice de refração.



**Aplicação**

(UFCE) O índice de refração da água é  $4/3$ , e o do vidro é  $3/2$ . Qual é a razão entre a velocidade da luz na água e no vidro?

**Solução:**

$$n_a = \frac{c}{v_a} \therefore v_a = \frac{c}{n_a} \text{ e } n_v = \frac{c}{v_v} \therefore v_v = \frac{c}{n_v}$$

$$\frac{v_a}{v_v} = \frac{n_v}{n_a} = \frac{3/2}{4/3} \therefore \frac{v_a}{v_v} = \frac{9}{8}$$

**Lei de Snell-Descartes**

Ao incidir na superfície de separação (dióptro plano) dos meios 1 e 2, parte do feixe de luz é refletida e parte é refratada.

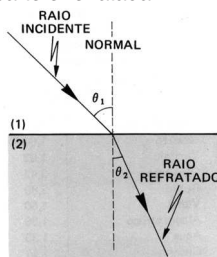


Figura 1

O produto do seno do ângulo de incidência pelo valor do índice de refração do meio onde se propaga o raio incidente ( $n_1$ ) é igual ao produto do seno do ângulo de refração pelo índice de refração do meio onde se propaga o raio refratado ( $n_2$ ).

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$$

**Importante:**

1. Passando a luz de um meio menos refringente para outro mais refringente, o raio refratado aproxima-se da normal.
2. Passando a luz de um meio mais refringente para outro menos refringente, o raio sofre um desvio, afastando-se da normal.



**Aplicação**

Um raio de luz propaga-se no ar ( $n_{ar} = 1,0$ ) e incide em uma placa de vidro ( $n_{vidro} = 1,4$ ), sofrendo refração. O ângulo de incidência é  $45^\circ$ . Calcule o ângulo de refração.

**Solução:**

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$$

$$1 \cdot \text{sen } 45^\circ = 1,4 \cdot \text{sen } r \therefore 0,7 = 1,4 \cdot \text{sen } r$$

$$\text{sen } r = 0,5 \therefore r = 30^\circ$$

**Ângulo-limite (L)** – É o ângulo de incidência que corresponde a um ângulo de refração de  $90^\circ$ . Sendo o meio 1 mais refringente que o meio 2, ao passar de 1 para 2, um raio luminoso sofre um desvio, afastando-se da normal. À medida que o ângulo de incidência cresce, o de refração também cresce, mas numa proporção maior.

No esquema abaixo, o ângulo de incidência do raio OC é o ângulo-limite, porque o correspondente ângulo de refração é  $90^\circ$ .

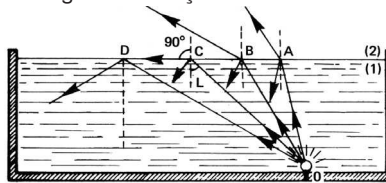


Figura 2

**Reflexão total** – Se um raio de luz incidir na superfície de separação de dois meios com ângulo maior que o ângulo-limite, a superfície reflete o raio incidente. Na figura acima, o raio OD é totalmente refletido.



**Arapuca**

Determine o ângulo-limite para a água, cujo índice de refração é  $4/3$ .

**Solução:**

Neste caso, comparamos a água com o ar ( $n_{ar} = 1$ ), aplicando a Lei de Snell-Descartes (lembre-se de que o ângulo de refração é  $90^\circ$ ):

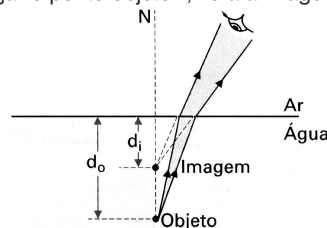
$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$$

$$n_{\text{água}} \cdot \text{sen } L = n_{ar} \cdot \text{sen } 90^\circ \therefore 4/3 \cdot \text{sen } L = 1,1$$

$$\text{sen } L = 3/4 \therefore \text{sen } L = 0,5 \therefore L \approx 50^\circ$$

**Dióptro plano** – Um conjunto de dois meios separados por uma superfície plana (água e ar, por exemplo) é chamado dióptro plano.

**Profundidade aparente** - Dado um dióptro (ar-água), um observador no ar e um ponto objeto P na água, verifica-se que a luz, saindo da água, afasta-se da normal. O observador, em vez de enxergar o ponto objeto P, verá a imagem P'.



Quando os raios incidem praticamente na vertical,

$$\text{é válida a proporção: } \frac{d_i}{d_o} = \frac{n_2}{n_1}, \text{ em que } y' \text{ é}$$

a profundidade aparente;  $y$  é a profundidade real;  $n_2$  é o índice de refração do meio onde está o observador;  $n_1$  é o índice de refração do meio onde está o objeto.

**Exemplo:**

No fundo de um copo de 12cm de altura, completamente cheio de água, há uma moeda. A que altura um menino, que observa a moeda numa direção aproximadamente perpendicular, vai vê-la? Dados:  $n_{\text{água}} = 4/3$ ;  $n_{ar} = 1$ .

**Solução:**

$$\frac{y'}{y} = \frac{n_{ar}}{n_{\text{água}}} \therefore \frac{y'}{12} = \frac{1}{4/3} \therefore y = 9\text{cm}$$

A imagem da moeda é virtual e, embora muitos digam que não, ela tem o mesmo tamanho da moeda propriamente dita.

**Lentes esféricas**

As aplicações mais importantes dos dióptros, na vida cotidiana, estão nas lentes.

De modo simples, lente é um corpo transparente, delimitado por duas faces, das quais uma, pelo menos, é curva. Então uma lente esférica pode ser considerada como a interseção de duas esferas.

**Elementos geométricos de uma lente**

- $C_1$  e  $C_2$  = centros de curvatura das faces.
- $r_1$  e  $r_2$  = raios de curvatura das faces.
- Eixo principal = reta que contém  $C_1$  e  $C_2$ .
- $e$  = espessura da lente.

**Classificação das lentes delgadas** – A denominação das lentes de bordas finas termina sempre com a palavra **convexa**; das de bordas grossas, com a palavra **côncava**.

**Desafio Físico**

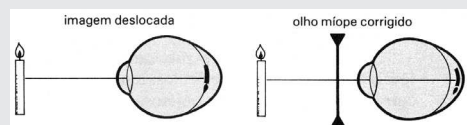
01. (PUC-SP) Que tipo de imagem uma lente divergente conjuga de um objeto real?
  - a) real e maior que o objeto;
  - b) virtual e invertida;
  - c) real e direita;
  - d) real e invertida;
  - e) virtual e direita.
02. (UCP) Numa lente divergente de distância focal 30cm, tem-se um objeto real situado a 30cm da lente. A imagem será:
  - a) virtual a 15cm da lente;
  - b) real a 15cm da lente;
  - c) real ou virtual situada no infinito;
  - d) virtual a 40cm da lente;
  - e) n.d.a.
03. O índice de refração do diamante é 2,5. A velocidade da luz no diamante é, em km/s:
  - a) 25.000
  - b) 250.000
  - c) 120.000
  - d) 10.000
  - e) n.d.a.
04. (Fac. Med. U.M.G.) A luz, ao passar de um meio de menor índice de refração para outro de maior índice de refração, tem:
  - a) o comprimento de onda aumentado;
  - b) a velocidade aumentada;
  - c) a velocidade diminuída;
  - d) a velocidade da luz não se altera, pois é constante universal;
  - e) n.d.a.
05. (ABC) Pessoas míopes possuem o globo ocular longo. Para corrigir esse defeito da visão, usam-se:
  - a) lentes convergentes;
  - b) lentes cilíndricas;
  - c) lentes divergentes;
  - d) prismas especiais;
  - e) n.d.a.
06. (FEI) A reflexão total somente ocorre ao passar a luz:
  - a) de um meio mais para outro menos refringente;
  - b) de um meio menos para outro mais refringente;
  - c) de um meio mais para outro menos absorvente;
  - d) de um meio menos para outro mais absorvente;
  - e) n.d.a.
07. (AMAN) Um raio luminoso incide com um ângulo de incidência de  $30^\circ$  e refrata-se formando um ângulo de  $60^\circ$  com a normal. O índice de refração do meio que contém o raio refratado em relação ao meio que contém o raio incidente é:
  - a) 1
  - b)  $\sqrt{2}/2$
  - c)  $\sqrt{2}/3$
  - d)  $\sqrt{3}/2$
  - e)  $\sqrt{3}/3$

## DEFEITOS DA VISÃO HUMANA

O olho emetropo (normal) é praticamente esférico. Os meios transparentes (córnea, humor aquoso, cristalino e humor vítreo) funcionam como um sistema de lentes que refratam a luz, permitindo a formação de imagens nítidas exatamente sobre a retina, que é um prolongamento do nervo óptico.

### Miopia

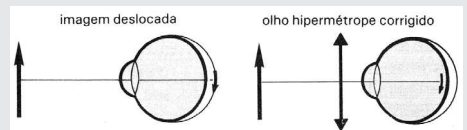
O olho míope é mais alongado que o olho normal. Em consequência disso, a imagem de um objeto situado a longa distância forma-se antes da retina, perdendo nitidez.



A correção dessa anomalia é feita com o auxílio de uma **lente divergente** para compensar a excessiva convergência do cristalino, permitindo que se forme a imagem sobre a retina.

### Hipermetropia

É o inverso da miopia. Nesse caso, o olho é menos alongado que o normal e, conseqüentemente, a imagem forma-se depois da retina, perdendo a nitidez.



### Presbiopia ou "vista cansada"

É um defeito comum em pessoas idosas e ocorre por falta de acomodação do cristalino. Com o passar do tempo, tanto o cristalino quanto os músculos ciliares perdem sua elasticidade, dificultando ainda mais a acomodação visual, ou seja, aumentando a distância mínima de visão nítida. A correção da presbiopia é feita com o emprego de uma lente convergente, que soma sua convergência à do cristalino, permitindo uma visão perfeita de objetos próximos.

### Astigmatismo

Normalmente, esse defeito é provocado pela falta de esfericidade da córnea. Por isso, é corrigido com o auxílio de lentes cilíndricas.

As pessoas astigmatas vêem os objetos sem nitidez, como se estivessem superpostos, com pequena sombra lateral.

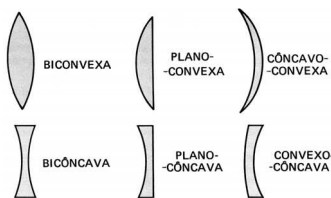
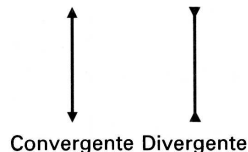


Figura 4

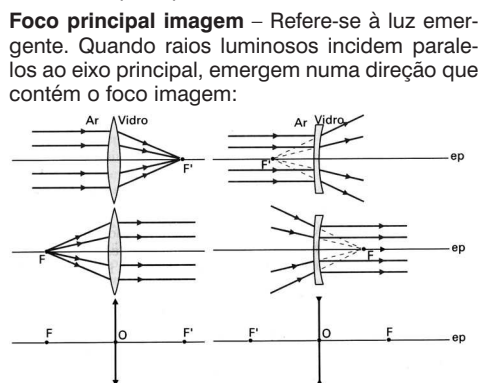
Para simplificar, convencionou-se representar as lentes pelos símbolos:



**Lentes convergentes e divergentes** – Os raios luminosos que incidem numa lente podem ser desviados, convergindo para o eixo principal ou divergindo dele. Isso depende da **forma** das lentes e do **índice de refração** do meio onde elas se encontram:

1. Se o índice de refração da lente for maior que o do meio em que ela está: as de bordas finas são **convergentes**; as de bordas grossas, **divergentes**.
2. Se o índice de refração da lente for menor que o do meio em que ela está: as de bordas finas são **divergentes**; as de bordas grossas, **convergentes**.

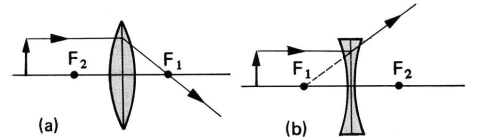
**Foco principal objeto** – Refere-se à luz incidente. Quando raios luminosos incidem numa direção que contém o foco objeto, emergem paralelos ao eixo principal:



**Foco principal imagem** – Refere-se à luz emergente. Quando raios luminosos incidem paralelos ao eixo principal, emergem numa direção que contém o foco imagem:

**Construção de imagens** – De modo semelhante aos espelhos (veja a aula anterior), as lentes também formam imagens reais ou virtuais de objetos que são colocados diante delas. Usaremos, também aqui, os raios principais, que permitem encontrar a posição da imagem de um ponto.

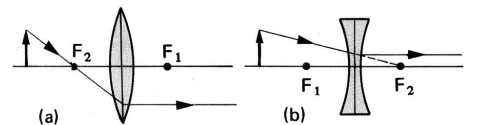
1.º – Um raio luminoso que incide paralelamente ao eixo de uma **lente convergente** refrata-se passando pelo 1.º foco.



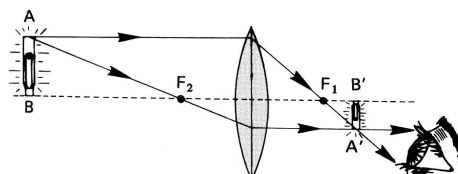
Um raio luminoso que incide paralelamente ao eixo de uma **lente divergente** refrata-se de modo que o seu prolongamento passa pelo 1.º foco.

2.º – Um raio luminoso que incide em uma **lente convergente** e cuja direção passa pelo 2.º foco, refrata-se paralelamente ao eixo da lente.

Um raio luminoso que incide em uma **lente divergente**, de modo que o seu prolongamento passe pelo 2.º foco, refrata-se paralelamente ao eixo da lente.



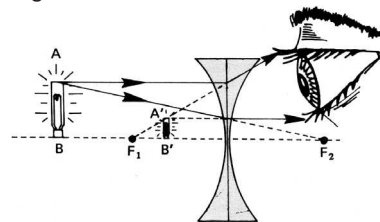
**Exemplo 1** – O objeto AB da figura encontra-se em frente a uma lente convergente, cujos focos estão localizados em  $F_1$  e  $F_2$ . A distância do objeto à lente é maior do que o dobro de sua distância focal. Localizar a imagem do objeto.



Trazemos, a partir do ponto A, os dois raios principais. Os raios refratados encontram-se em  $A'$ , onde se forma a imagem  $A'B'$  real, invertida e menor que o objeto.

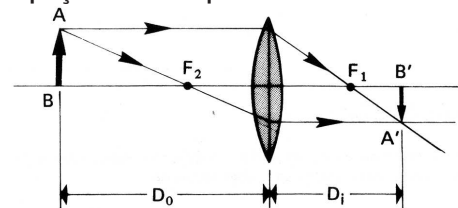
**Agora, faça você:** desloque o objeto AB para uma posição entre o foco e a lente e obtenha a imagem  $A'B'$  (ela será virtual, direita e maior que o objeto).

**Exemplo 2** – Considere o objeto AB diante de uma lente divergente como na figura. Como será a imagem dele?



Nesse caso, observe que os raios refratados não se cruzam. Seus prolongamentos cortam-se no ponto  $A'$ , onde o observador verá a imagem  $A'B'$  virtual, direita e menor que o objeto. Numa lente divergente, a imagem terá sempre essas características.

### Equação de Gauss para lentes esféricas



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$$

Equação da ampliação (A)

$$\frac{H_i}{H_o} = -\frac{d_i}{d_o}$$

Nas equações acima:

$f$  = distância focal (positiva para lentes convergentes; negativa para divergentes);  $d_i$  = distância imagem (positiva para imagem real, negativa para virtual);  $H_i$  = altura da imagem (positiva para imagem direita; negativa para invertida);  $d_o$  = distância do objeto ao vértice;  $H_o$  = altura do objeto.

### Aplicações

**01.** Um objeto de 6cm é colocado diante de uma lente convergente, com distância focal de 20cm, a 60cm do centro óptico da lente. Determine a natureza e a posição da imagem.

**Solução:**

a)  $H_o = 6\text{cm}; d_o = 60\text{cm}; f = 20\text{cm}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} \therefore \frac{1}{20} = \frac{1}{60} + \frac{1}{d_i}$$

$$\frac{1}{d_i} = \frac{1}{20} - \frac{1}{60} = \frac{3-1}{60} \therefore d_i = 30\text{cm}$$

b) Pela ampliação:

$$\frac{H_i}{H_o} = -\frac{d_i}{d_o} \therefore \frac{H_i}{6} = -\frac{30}{60} \therefore H_i = -3\text{cm}$$

Os resultados mostram que a imagem é real, invertida e colocada a 30cm do centro óptico da lente.

**02.** Um objeto de 4cm é colocado diante de uma lente divergente, com distância focal de 20cm, a 40cm do centro óptico da lente. Determine a natureza e a posição da imagem.

**Solução:**

a)  $H_o = 4\text{cm}; d_o = 40\text{cm}; f = -20\text{cm}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} \therefore \frac{1}{-20} = \frac{1}{40} + \frac{1}{d_i}$$

$$\frac{1}{d_i} = \frac{1}{-20} - \frac{1}{40} = \frac{-2-1}{40} \therefore d_i = -\frac{40}{3}\text{cm}$$

b) Pela ampliação:

$$\frac{H_i}{H_o} = -\frac{d_i}{d_o} \therefore \frac{H_i}{4} = -\frac{-40/3}{40} \therefore H_i = 4/3\text{cm}$$

A imagem é direita e colocada a 4/3cm à esquerda da lente (virtual).





## Crase

### 1. DEFINIÇÃO

**Crase** não é acento! O acento sobre o **à** denomina-se grave. Crase é, portanto, fusão. É o fenômeno da contração da preposição **a** com, por exemplo, o artigo **a**.

### 2. TESTE DO ARTIGO OU REGRA DO "AO"

Emprega-se o **acento grave** para indicar **crase** sempre que, substituindo-se a palavra **feminina** por uma **masculina**, aparecer a contração **ao**. O vocábulo masculino não precisa ser sinônimo do feminino. Precisa, sim, fazer sentido para a frase em que se está fazendo a substituição.



## Aplicação 1

Complete as construções seguintes com **a** ou **à**. Escolha, depois, a alternativa com a seqüência correta.

1. Fomos .... fazenda.
  2. Ela era candidata .... vereadora.
  3. Obedecemos .... lei.
  4. Conhecemos .... lei.
  5. Retornei .... praia.
- a) à - a - à - a - à  
 b) à - à - à - à - à  
 c) à - a - a - à - a  
 d) a - à - a - a - à  
 e) a - a - à - à - a

### 3. PRINCÍPIOS SINTÁTICOS DA CRASE

O fenômeno da crase está associado à **regência** (nominal e verbal) e, portanto, atrelado à **estrutura sintática** da frase. Dentro da oração, os termos que admitem crase são os que exigem preposição:

- a) objeto indireto;
- b) complemento nominal;
- c) adjunto adverbial.

Com base nesse princípio sintático, a crase passa a ser absurda com:

- a) sujeito;
- b) objeto direto.

A seguir, veja construções **certas** e **erradas**:

1. Visitei **à** praia. (**errado**)  
Crase absurda porque a expressão "a praia" tem função de objeto direto do verbo **visitar**.
2. Você mesma viu **à** cena de terror. (**errado**)  
Crase absurda porque a expressão "a cena" tem função de objeto direto do verbo **ver**.
3. Você mesma assistiu **à** cena de terror. (**certo**)  
Crase normal porque a expressão "à cena" tem função de objeto indireto do verbo **assistir**.



## Aplicação 2

Assinale a frase em que a expressão com crase **não seja** objeto indireto.

- a) Prefiro isto **àquilo**.
- b) Obedecemos **às leis**.
- c) Ele mandava flores **às vítimas**.
- d) Refiro-me **à Catiane**, prima da Raquel.
- e) Os índios têm amor **à Amazônia**.

### 4. CRASE PROIBIDA

Não ocorrerá crase quando o "a" estiver:

- a) Antes de **verbo**.  
Fomos obrigados **a aceitar**.
- b) Antes de **palavra masculina**.  
Na fazenda, andávamos **a cavalo**.
- c) Antes de **pronomes pessoais**.  
Não fiz referência **a ela**.
- d) Entre **palavras repetidas**.  
As lágrimas caíam **gota a gota**.
- e) Antes de **pronomes de tratamento**.  
Enviei o relatório **a Vossa Senhoria**.  
Exceções: **dona, madama, senhora e senhorita**.  
Enviei o relatório **à dona** Cláudia.
- f) Antes de **pronomes indefinidos**.  
Não devo nada **a ninguém**.
- g) Antes de **artigos indefinidos**.  
Prestei socorro **a uma** mulher desconhecida.
- h) Antes dos demonstrativos **esta(s), essa(s), isto, isso**.  
Nunca tive respeito **a essa** pessoa.
- i) Antes dos pronomes relativos **que, quem, cuja(s)**.  
O debate **a que** assisti terminou tarde.  
O debate **a cuja** parte final assisti terminou tarde.



## Aplicação 3

Assinale a construção em que há **erro** quanto à presença ou à ausência do acento grave.

- a) Ela estava disposta a colaborar.
- b) Desde cedo, fomos obrigados a trabalhar.
- c) Obrigaram-me a assinar esta confissão.
- d) Sua diversão na cidade era andar a pé.
- e) Logo depois da decepção amorosa, saiu a procura de outra mulher.



## Arapuca

(FGV) Em cada uma das alternativas abaixo, está sublinhado um termo iniciado por preposição. Assinale a alternativa em que esse termo **não é objeto indireto**.

- a) O rapaz aludiu **às histórias passadas**, quando nossa bela Eugênia ainda era praticamente uma criança.
- b) Quando voltei da Romênia, o Brasil todo assistia **à novela da Globo**, todos os dias.
- c) Quem disse **a Joaquina** que as batatas deveriam cozer-se devagar?
- d) Com a aterrissagem, o aviador logo transmitiu **ao público** a melhor das impressões
- e) Foi fiel **à lei** durante todos os anos que passou nos Açores.



## CRASE FACULTATIVA

Só existem três casos de **crase facultativa** na Língua Portuguesa. Conheça-os a seguir:

**1. Pronomes possessivos no singular** – Antes de pronomes possessivos (femininos, é claro) no singular, a crase é facultativa. Confira nos exemplos seguintes:

- a) Falando de moças pudicas, referiu-se **à** sua irmã. (**certo**)
- b) Falando de moças pudicas, referiu-se **a** sua irmã. (**certo**)
- c) Falando de moças pudicas, como vai **à** sua irmã? (**errado**)

**Pronomes possessivos no plural** – No plural, a crase passa a ser obrigatória – desde que haja respaldo sintático. Confira:

- a) Falando de moças pudicas, referiu-se **às** suas irmãs. (**certo**)
- b) Falando de moças pudicas, referiu-se **as** suas irmãs. (**errado**)
- c) Já mandei dois *e-mails* **às** suas primas. (**certo**)
- d) Já mandei dois *e-mails* **as** suas primas. (**errado**)
- e) Conheço bem **às** suas primas. (**errado**)

**2. Nome de mulher** – Antes de nome de mulher que não esteja especificado, determinado, o uso do artigo é facultativo; conseqüentemente, a crase também o é. Confira nos exemplos seguintes:

- a) Falando de moças pudicas, referiu-se **à** Helena. (**certo**)
- b) Falando de moças pudicas, referiu-se **a** Helena. (**certo**)

**Nome especificado** – Se o nome da mulher vier especificado, o uso do artigo passa a ser obrigatório, justificando-se a crase. Confira:

- a) Na reunião, referiu-se **à** Dayane, irmã do Júnior Macarrão. (**certo**)
- b) Na reunião, referiu-se **a** Dayane, irmã do Júnior Macarrão. (**errado**)
- c) Cheguei a dar flores **à** Denise, amiga da Tatiane. (**certo**)
- d) Cheguei a dar flores **a** Denise, amiga da Tatiane. (**errado**)
- e) Cheguei a namorar **à** Denise, amiga da Tatiane. (**errado**)

**3. Até** – Após a palavra **até**, a crase é facultativa. Confira nos exemplos seguintes:

- a) Foi **até à** esquina e comprovou que a mulher o traía; ficou, então, sossegado. (**certo**)
- b) Foi **até a** esquina e comprovou que a mulher o traía; ficou, então, sossegado. (**certo**)

# Desafio Gramatical

01. (Desafio do Rádio) No passado, conheci .... senhora que foi dona desta casa. Na época, os jornais referiam-se .... ela como uma estrela em .....

- a) à - à - ascensão
- b) a - a - ascensão
- c) à - a - ascensão
- d) à - à - ascensão
- e) a - a - ascensão

02. (Desafio da TV) Confesso que, um dia antes do crime, visitei .... madama Clotilde. Fui até .... casa dela para avisá-la de que, .... noite, o ex-marido estaria de volta.

- a) à - à - à
- b) a - à - a
- c) a - a - à
- d) a - à - a
- e) à - a - à

03. Identifique o texto com **erro** de crase:

- a) Não acredito que você vai enviar isso à dona Zilda.
- b) Nesta oportunidade, quero ofertar à madama este buquê de flores.
- c) Viajei muitos quilômetros rio acima para conhecer à senhorita; espero não me decepcionar.
- d) No relatório, fiz referência à senhora, mas não mencionei nada a respeito do adultério.
- e) A reportagem referia-se a mim, não à senhorita ou a qualquer dos seus atos.

04. Identifique o texto com **erro** de crase:

- a) Durante muitos anos, fiquei a espera de um sinal seu para tentar conquistá-la.
- b) A noite chegou e trouxe consigo uma chuva fina e persistente.
- c) À noite, chegou e trouxe consigo uma mulher de aspectos varonis.
- d) Quando adolescente, ele namorava às cegas.
- e) Quando adolescente, ele namorava as cegas.

05. Identifique o texto com **erro** de crase:

- a) O navio-motor deve sair daqui a uma hora.
- b) O novio-motor deve sair daqui à uma hora.
- c) Espere-me no porto, à uma hora em ponto.
- d) Viajamos à noite e, quando descemos a terra, fomos surpreendidos pelos fiscais do Ibama.
- e) O incentivo a pesca não pode ignorar o período de defeso.

## CASOS ESPECIAIS DE CRASE

### 1. CASA

A fusão de **a + a** só ocorre antes da palavra **casa** se houver uma expressão que a determine. Observe que casa determinada é casa que não é sua, mas de alguém, ou casa comercial.

Veja exemplos comentados:

#### a) Voltou apressado à casa de Cristina.

A crase acontece porque o verbo **voltar** (intransitivo) exige a preposição **a**, e a palavra **casa**, determinada, aceita o artigo **a**.

Função sintática de “à casa de Cristina”: adjunto adverbial de lugar.

#### b) Voltou apressado a casa para trocar de roupa.

A crase não acontece; o verbo **voltar** (intransitivo) exige a preposição **a**, mas a palavra **casa**, indeterminada, não aceita o artigo **a**.

Função sintática de “a casa”: adjunto adverbial de lugar.

#### c) Já completara dezoito anos e não conhecia a casa paterna.

A crase não acontece porque o verbo **conhecer** é transitivo direto (não aceita preposição). Nesse caso, temos apenas o **a** artigo, exigido pela palavra **casa**, que está determinada.

Função sintática de “a casa paterna”: objeto direto de **conhecer**.

### Aplicação 4

Assinale a opção em que há **erro** quanto à presença ou à ausência do acento grave.

- a) Meus avós moram no interior; poucas vezes, nos últimos dez anos, visitei à casa deles.
- b) Sempre tive muito apego à casa em que nasci.
- c) Por uma questão de segurança, não convém chegar a casa muito tarde.
- d) Quando jovens, retornávamos a casa sempre depois da meia-noite.
- e) Realizamos um sonho: conhecemos a casa em que viveram nossos pais.

### 2. DISTÂNCIA

A palavra **distância** só pode ser antecedida de **a** com acento grave quando estiver determinada. Considera-se a distância determinada quando se conhece o tamanho, a medida da distância. Se a determinação não é clara, não há artigo, e o acento grave não deve ser usado.

### Aplicação 5

Assinale a opção em que há **erro** quanto à presença ou à ausência do acento grave.

- a) Olhei de cima do barranco e enxerguei o barco a distância.
- b) Avistei-o à distância de dez metros.
- c) Ponte quebrada à quinhentos metros.
- d) Ponte quebrada à distância de quinhentos metros.
- e) Estava meio escuro, mas consegui avistá-la a certa distância, remando uma pequena canoa.

### 3. PALAVRA TERRA

Não acontecerá o fenômeno da crase se a palavra **terra** estiver em oposição à idéia de bordo, ou seja, se tivermos a idéia de que alguma coisa (ou alguém) está na água (barco, navio) ou em um avião ou nave espacial e vem à terra firme. Fora disso, a palavra aceita **artigo** e, conseqüentemente, **crase**.

### Aplicação 6

Assinale a opção em que há **erro** quanto à presença ou à ausência do acento grave.

- a) Após navegar por três dias nas águas do Amazonas, dirigiram-se a terra.
- b) O corpo do pobre mendigo desceu à terra.
- c) Ela voltará, em breve, à terra natal.
- d) Os pescadores desceram a terra para reabastecer o navio-motor.
- e) Os astronautas, depois de muito suspense, conseguiram chegar sãos e salvos à Terra.

### Caiu no vestibular

(FGV) Assinale a alternativa em que o sinal indicativo de crase foi empregado de acordo com a norma culta.

- a) Graças à essa nova visão de ensino, o professor desenvolve atividades inovadoras.
- b) De aluno dedicado à profissional reconhecido: eis aí um homem de sucesso.
- c) Ele se dedica à várias espécies de pesquisa experimental.
- d) É sempre à partir da experiência que se aprende?
- e) O curso se destina àqueles que valorizam o saber que advém da experiência.

### Dificuldades da Língua

#### A VISTA E A PRAZO

**A prazo** – Sem crase por ser locução adverbial masculina. Note bem: a locução é **a prazo** (não **ao prazo**), sem artigo. Isso já é bastante para concluir que a expressão **a vista**, no sentido de **comprar, pagar** ou **vender**, também não admite crase por falta de artigo.

**À vista de** – Assim mesmo, com crase. É uma locução prepositiva. Significa “tendo em vista”.

**À vista** – Locução que, fora do sentido de **comprar, pagar** ou **vender**, aceita crase com normalidade.

Veja construções **certas** e **erradas**:

- 1. Compramos uma geladeira **à vista**. (**errado**)
- 2. Compramos uma geladeira **a vista**. (**certo**)
- 3. Não vendemos **à prazo**. (**errado**)
- 4. Não vendemos **a prazo**. (**certo**)
- 5. Compramos carros **à vista**. (**errado**)
- 6. Compramos carros **a vista**. (**certo**)
- 7. **À vista** do que compramos, perguntaram se íamos casar. (**certo**)
- 8. O nosso guia avisou: temos problemas **à vista**. (**certo**)
- 9. Depois de se distanciar um pouco, ele gritou: “Até **à vista**”. (**errado**)





# História

Professor Francisco MELO de Souza

Aula 82

## A segunda revolução industrial e o Imperialismo

### I – Segunda Revolução Industrial (1860)

A partir de 1860, a indústria ampliou-se para outras regiões, como os estados alemães, o norte da Itália, a Rússia, os Estados Unidos, o Japão e a Holanda. Nesse momento, começaram a ocorrer grandes inovações técnicas. O aço e os sintéticos foram utilizados como material industrial básico, e as principais fontes de energia eram a eletricidade e o petróleo. Os setores industriais também se multiplicaram com o surgimento da indústria siderúrgica, petroquímica, eletroeletrônica e automobilística. Para completar esse quadro de mudanças profundas, Graham Bell inventou o telefone, facilitando, sobremaneira, as comunicações, cujos resultados podemos sentir no nosso cotidiano; a tecnologia passou a permitir a comunicação com qualquer parte do mundo, como se vivêssemos numa aldeia global.

#### O capitalismo monopolista

Essa nova fase da economia capitalista foi marcada pela concentração econômica da produção e do capital em torno de grandes empresas ou associações de empresas.

A livre concorrência das empresas capitalistas transformou-se numa verdadeira batalha de preços. Nessa batalha, as empresas mais poderosas e competitivas eliminavam as mais fracas. Dessa forma, surgiram os grandes conglomerados econômicos, concentrando enormes capitais e dominando, em alguns setores, toda a produção. E, assim, surgiram os monopólios industriais, que, por sua vez, eliminavam a concorrência e fixavam preços em busca de uma maior lucratividade.

Esses monopólios são assim representados:

- **Cartéis** – Formaram-se por meio de acordo entre grandes empresas que, para evitar os desgastes da concorrência, convencionam entre si formas de manutenção dos preços e de divisão de mercados. Os cartéis originaram-se na Alemanha.
- **Holding** – Caracteriza-se quando uma grande companhia assume o controle de inúmeras outras por meio da compra da maior parte de suas ações, passando, então, a atuar de forma coordenada.
- **Trustes** – Formam-se quando as grandes empresas, produtoras de determinadas mercadorias, eliminam ou absorvem as pequenas concorrentes e passam a monopolizar a produção, o preço e o mercado. Os trustes surgiram nos Estados Unidos.

O processo de concentração econômica também se desenvolveu no setor bancário. Os grandes bancos acabaram associando-se às grandes indústrias para financiar seus investimentos e participar dos lucros de seus projetos.

A fusão do capital bancário com o capital industrial marcou essa nova fase do capitalismo, conhecido como capitalismo financeiro e monopolista, que foi caracterizado por:

1. Grande aumento da produção industrial que, para ser vendida, necessitava da ampliação dos mercados consumidores.
2. Grande acúmulo de capitais que também precisavam ser investidos em novos projetos lucrativos, fora de seus respectivos países.

### II – O Imperialismo

No fim do século XIX, os países industrializados da Europa iniciaram uma corrida em busca de novos mercados fora do continente, propiciando o neocolonialismo na África e na Ásia. As razões que motivaram o neocolonialismo foram:

1. Mercados consumidores fora do continente europeu que pudessem absorver o excedente de produtos industrializados.
2. Mercado produtor de matérias-primas e fornecedor de mão-de-obra barata para acelerar o processo de industrialização.
3. Escoamento do excedente populacional europeu para novas áreas coloniais.

A justificativa para o expansionismo imperialista era:

1. **Darwinismo social** – Os europeus afirmavam que a lei da sociedade funciona como a lei da selva: “só os mais fortes sobrevivem”. Por isso, era disseminada a ideologia da superioridade racial do branco europeu.
2. **Doutrina religiosa** – Afirmava que a Igreja cristã possuía uma missão de salvar almas dos infiéis para o cristianismo. Assim, eram disseminados os valores ocidentais.
3. **Missão civilizatória** – Os europeus afirmavam que levariam a civilização a esses continentes, tais como a nova ciência e a tecnologia.

#### O Neocolonialismo na África

O início da partilha da África, pelos ingleses, ocorreu em 1815. A Inglaterra, nesse período, comprou as colônias do Cabo e do Nata dos holandeses. Dessa forma, iniciou uma intervenção capitalista nesse continente: os negros passaram a fornecer matéria-prima para o mercado inglês, ao mesmo tempo em que se tornavam mão-de-obra barata.

A partir de 1830, houve uma nova corrida rumo à África em busca de novos mercados, porém mais violenta do que a do século XVI, pois essa não respeitou a unidade lingüística, religiosa e cultural dos povos africanos.

**Inglaterra** – No fim do século XVIII e meados do século XIX, os ingleses, com enorme poder naval e econômico, assumem a liderança da colonização africana. Combatem a escravidão, já menos lucrativa, direcionando o comércio africano para a exportação de ouro, marfim e animais. Para isso, estabelecem novas colônias na costa e passam a implantar um sistema administrativo fortemente centralizado na mão de colonos brancos ou representantes da Coroa inglesa.

A Inglaterra dominou o Egito, o Sudão, a Rodésia, a Uganda, o Quênia, o Zanzibar, a Somália e a África Oriental inglesa. No Ocidente, Gâmbia, Serra Leoa, Costa do Ouro e Nigéria.

**Holanda** – Os holandeses estabelecem-se na litorânea Cidade do Cabo, na África do Sul, a partir de 1652. Desenvolvem, na região, uma nova cultura e formaram uma comunidade conhecida como africâner ou bôer. Mais tarde, os bôeres perderam o domínio da região para o Reino Unido na Guerra dos Bôeres.

**França** – Os domínios franceses iniciam-se na Argélia, depois Tunísia, África Ocidental francesa (Guiné, Senegal, Daomé, Níger, Costa do Marfim, Alto Volta e Mali). Região equatorial (Gabão, Congo, Chade e República Centro-Africana) e Marrocos e Madagascar.

**Bélgica** – Dominou o Congo em 1908.

**Alemanha** – Dominou a África Oriental: Tanganica, Ruanda, Burundi. No Ocidente africano: Camerum, Togo e a Namíbia.

**Itália** – Os italianos criaram possessões na Somália, Eritreia, Líbia, e Etiópia.

# Desafio Histórico

01. (Cesgranrio) A industrialização acelerada de diversos países, ao longo do século XIX, alterou o equilíbrio e a dinâmica das relações internacionais. Com a Segunda Revolução Industrial, emergiu o Imperialismo, cuja característica marcante foi o(a):
  - a) substituição das intervenções militares pelo uso da diplomacia internacional;
  - b) busca de novos mercados consumidores para as manufaturas e os capitais excedentes dos países industrializados.
  - c) manutenção da autonomia administrativa e dos governos nativos nas áreas conquistadas;
  - d) procura de especiarias, ouro e produtos tropicais inexistentes na Europa;
  - e) transferência de tecnologia, estimulada por uma política não intervencionista.
02. (Fatec) Segundo as teorias desenvolvimentistas, a guerra era concebida como:
  - a) uma necessidade de ampliar o mercado interno substituindo as importações;
  - b) uma política econômica tendendo a desvalorizar a produção agrícola;
  - c) uma forma de criar condições para a importação de tecnologia estrangeira;
  - d) um recurso complementar e necessário à importação de produtos primários;
  - e) uma política econômica que necessitava do apoio de todas as classes sociais para ser implementada.
03. (FEI) De 1815 a 1891, a Inglaterra viveu um período de grande estabilidade política interna, combinada com grande desenvolvimento econômico, que possibilitou aos ingleses o domínio dos mares e a expansão colonialista. As principais realizações desse período se deram durante:
  - a) a Era Vitoriana;
  - b) a Revolução Gloriosa;
  - c) o governo de Henrique VIII;
  - d) o governo de Elizabeth I;
  - e) a instalação do Anglicanismo.
04. (Fuvest) A conquista da Ásia e da África, durante a segunda metade do século XIX, pelas principais potências imperialistas objetivava:
  - a) a busca de matérias-primas, a aplicação de capitais excedentes e a procura de novos mercados para os manufaturados;
  - b) a implantação de regimes políticos favoráveis à independência das colônias africanas e asiáticas;
  - c) o impedimento da evasão em massa dos excedentes demográficos europeus para aqueles continentes;
  - d) a implantação da política econômica mercantilista, favorável à acumulação de capitais nas respectivas metrópoles;
  - e) a necessidade de interação de novas culturas, a compensação da pobreza e a cooperação dos nativos.

**01.** (Fuvest) Uma das frases a seguir, atribuída a um pensador de fins do século XIX, indica a prática política que prevalecia nas relações internacionais da Europa de então. Qual?

- Uma paz injusta deve ser preferida a uma guerra justa.
- O que faz o Estado é a força em primeiro lugar, a força em segundo lugar e ainda, outra vez, a força.
- A convicção pacífica do concerto das nações pede uma França forte, amiga de uma Alemanha forte, diante da aliança anglo-russa.
- Não impedir que alemães ocupem território alemão é a vitória do bom senso sobre o formalismo dos tratados.
- A lei e a ordem mundiais dependem de um Ocidente civilizado unido frente à ameaça asiática: essa é a missão do homem branco.

**02.** (Fuvest) No século XIX, a história inglesa foi marcada pelo longo reinado da rainha Vitória. Seu governo caracterizou-se:

- pela grande popularidade da rainha, apesar dos poderes que lhe concedia o regime monárquico absolutista vigente;
- pela expansão do Império Colonial na América, explorado através do monopólio comercial e do tráfico de escravos;
- pelo início da Revolução Industrial, que levou a Inglaterra a tornar-se a maior produtora de tecidos de seda;
- por sucessivas crises políticas internas, que contribuíram para a estagnação econômica e o empobrecimento da população.
- por grande prosperidade econômica e estabilidade política, em contraste com acentuada desigualdade social.

**03.** (Puccamp) A Expansão Neocolonialista do século XIX foi acelerada, essencialmente,

- pela disputa de mercados consumidores para produtos industrializados e de investimentos de capitais em novos projetos, além da busca de matérias-primas;
- pelo crescimento incontrolado da população europeia, gerando a necessidade de migração para a África e Ásia;
- pela necessidade de irradiar a superioridade da cultura europeia pelo mundo.
- pelo desenvolvimento do capitalismo comercial e das práticas do mercantilismo;
- pela distribuição igualitária dos monopólios de capitais e pelo decréscimo da produção industrial.

**A Conferência de Berlim** – Em 28 de fevereiro de 1885, a Conferência de Berlim formulou “as regras do jogo” na partilha da África. Princípio básico: para reclamar um território, um país europeu tinha de ocupá-lo, o que acabou permitindo um desenfreado número de anexações que ficaram conhecidas como “corrida de obstáculos”, pois cada nação europeia saía em disparada para se apoderar do maior número de territórios.

A Inglaterra, apesar das decisões da Conferência de Berlim, manteve seus domínios na África.

#### A Guerra dos Bôeres (1899–1902)

Os bôeres eram descendentes dos holandeses, que dominavam a região aurífera de Transvaal e de Orange. A Inglaterra, com a finalidade de explorar o ouro do sul da África, invadiu a região e impôs, após três anos de guerra, a sua dominação. Nos anos seguintes, verificou-se a corrida do ouro na África do Sul, quando grandes empresas mineradoras lá se instalaram.

#### O Neocolonialismo na Ásia

Em geral, o modo de produção dos países asiáticos era formado pela união da pequena produção agrícola, com a indústria doméstica, compondo pequenas comunidades economicamente auto-suficientes. O comércio de produtos europeus, principalmente em relação aos ingleses, destruiu rapidamente essa indústria artesanal, ficando a população local na exclusiva dependência da agricultura. Tornavam-se, assim, abastecedores de víveres e de matérias-primas da Europa.

#### Índia

Uma das regiões mais cobiçadas por diversas nações europeias, no decorrer dos séculos XVI a XIX, foi a Índia. Os ingleses, no século XIX, assestaram-se da maior parte de seu território até o Ceilão (Sri-Lanka). Astutamente, impediram o surgimento de um poder central forte e estabeleceram um regime de “protetorado” sobre a Índia, que, na prática, significava a intervenção na administração local. Pela força ou pela intriga, os principados em que a Índia estava dividida iam sendo submetidos à administração da Companhia das Índias Orientais, companhia britânica que detinha o monopólio do comércio com o Oriente.

Em 1857, a Revolta dos Cipayos, primeiro movimento nacionalista indiano, colocou em perigo o domínio inglês, mas foi sufocada dois anos depois.

Em 1877, a rainha Vitória, soberana britânica, era sagrada imperatriz da Índia. Poucos meses depois, em 15 de agosto do mesmo ano, o escritor português Eça de Queiroz escrevia sobre a Índia em *Crônicas de Londres*: “A grande fome é sucedida por uma fome maior, e, diante da calamidade, os celeiros acham-se vazios, as economias, da nação, exaustas, o tesouro do governo gasto e a esperança perdida... Isso explica por que já morreram, nas primeiras semanas de escassez, 500 mil pessoas”.

#### China

**Dificuldades impostas pelo governo central** – Nos séculos XVII e XVIII, os europeus encontravam dificuldade para comerciar no interior da China. O governo central colocava empecilhos aos comerciantes estrangeiros que, mesmo assim, foram, pouco a pouco, penetrando no país. Ao contrário da Índia (onde se comerciava diretamente com os príncipes locais), a China mantinha sua unidade política, com o imperador fazendo sentir sua autoridade sobre as mais distantes províncias. Para cada negociação, o estrangeiro tinha de relacionar-se com o governo central. No século XIX, no entanto, o poder central praticamente já não detinha autoridade sobre o seu território.

**Chá X ópio** – Inicialmente, os britânicos compravam chá, sem conseguir vender aos chineses algum produto em igual quantidade, mas descobriram que o ópio era uma mercadoria de grande aceitação entre os chineses. Com aprovação do governo britânico, a Companhia das Índias Orientais lançou-se à venda do ópio, que era produzido na Índia e na Birmânia. Os efeitos foram devastadores.

O governo chinês reagiu, enviando uma carta diplomática à rainha Vitória, da Inglaterra, para que a Soberana proibisse o comércio de ópio ilegal na China. Mas o pedido não foi levado em consideração.

**Guerra do Ópio** – O comércio prosseguiu, levando as autoridades chinesas a promover, em 1839, a queima de 20 mil caixas da substância na cidade de Cantão. Os britânicos reagiram, declarando guerra à China; era o início da Guerra do Ópio.

**Tratado de Nanquim** – Em 1842, as tropas britânicas vitoriosas submetem a China ao Tratado de Nanquim, estabelecendo, entre outras cláusulas, a abertura de cinco portos chineses ao livre comércio, a imunidade e os privilégios especiais aos súditos britânicos e a transferência de Hong Kong à Grã-Bretanha.

**Revolta Taiping** – Em 1851, eclodiu uma revolta de camponeses, apoiada por populares das cidades, que se espalhou da comarca de Yang-tse para outras regiões chinesas. Conhecida como a Revolta Taiping, só foi sufocada em 1864.

**A divisão da China** – No fim do século XIX, Grã-Bretanha, França, Alemanha, Rússia, Estados Unidos e Japão dividiam o imenso território chinês em diversas esferas de influência.

Os nacionalistas chineses reagiam contra intervenção estrangeira e ao tímido comportamento da dinastia Manchu, então ocupante do trono imperial. No norte da China, uma associação secreta, denominada Sociedade Secreta Harmoniosos Punhos Justiceiros, promoveu atentados e rebeliões contra estrangeiros e missionários cristãos. Em 1900, com respaldo popular crescente, os *boxers* (eram os membros da associação secreta) sitiaram o bairro ocupado pelas delegações estrangeira em Pequim. Foi o início da Guerra dos Boxers, que se espalhou das zonas costeiras para as cidades que margeiam o rio Yang-tse. A luta terminou com a derrota dos chineses e a imposição, pelas potências estrangeiras, da política da Porta Aberta, pela qual a China era obrigada a fazer novas concessões econômicas.

#### Japão

O primeiro contato entre japoneses e ocidentais ocorreu no período das grandes navegações, nos séculos XV e XVI. No século XVII, o comércio do Japão passou a ser monopólio de alguns poucos comerciantes holandeses.

O isolamento japonês perdurou até 1853, ano em que a Esquadra Negra, sob o domínio do comandante Perry, forçou a abertura dos portos japoneses ao comércio com os Estados Unidos. No entanto o Japão, ainda na década de 1860, iniciou um “subimperialismo” sobre outras nações – China, Coreia e Taiwan (ou Formosa) –, industrializando-se. O período modernizador do Japão ficou conhecido como Era Meiji, que significa “governo esclarecido”.

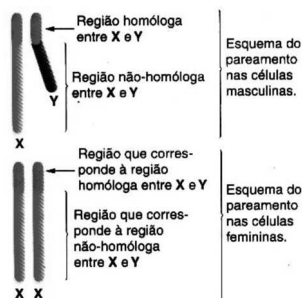
Em 1885, a França consolidou seu domínio na antiga Cochinchina: Laos, Camboja e Império Anamita (parte do atual Vietnã), pertencentes, anteriormente, à China. Os holandeses conquistaram as ilhas que, hoje, constituem a Indonésia. Os Estados Unidos conquistaram as Filipinas, que estavam sob o domínio espanhol desde o século XVI.





**1. Introdução**

Os cromossomos sexuais são homólogos, pareando-se na meiose. Como os cromossomos X e Y têm formas diferentes, seu pareamento, na meiose das células germinativas masculinas, é parcial e, na feminina, é total, pois as células femininas têm 2 cromossomos X.



É possível distinguir, assim, duas regiões nesses cromossomos, em função do pareamento nas células masculinas:

- região homóloga: onde há pareamento entre o cromossomo X e o cromossomo Y;
- região não-homóloga: onde não há pareamento entre o cromossomo X e o cromossomo Y.

Os genes que se encontram na região homóloga apresentam um tipo de herança que chamamos de **herança parcialmente ligada ao sexo**, pois, como estão localizados na região **homóloga** dos cromossomos sexuais, podem aparecer tanto em machos como em fêmeas. Já os genes que se encontram na região não-homóloga do cromossomo X apresentam um tipo de herança a que chamamos de **herança ligada ao sexo**. Nesse caso, como os machos possuem apenas um cromossomo X e, conseqüentemente, não possuem alelos dos genes localizados na região não-homóloga desse cromossomo, eles são chamados **hemizigotos**. As fêmeas, entretanto, poderão ser **homozigotas** ou **heterozigotas**, pois apresentam dois cromossomos X que se pareiam completamente.

Convém lembrar que os genes da região não-homóloga do cromossomo X não possuem alelos na região não-homóloga do cromossomo Y. Alelos recessivos localizados nessa região não-homóloga do cromossomo X expressam-se fenotipicamente com maior freqüência nos machos, pois basta o gene estar presente para seu efeito manifestar-se. Nas fêmeas, esses alelos recessivos só se manifestam em dose dupla (homozigose recessiva).

Os genes localizados na região não-homóloga do cromossomo Y condicionam um tipo de herança chamado **herança restrita ao sexo** e só ocorrem nos machos. Nesse caso, também se fala em **indivíduos hemizigotos**.

Existem outras variações fenotípicas relacionadas com o sexo, envolvendo genes que podem estar localizados em quaisquer dos autossomos ou nas porções homólogas dos cromossomos sexuais, ocorrendo, assim, nos dois sexos. Esses genes podem expressar-se de modo diferente, dependendo do sexo do indivíduo. Isso se deve

ao efeito do meio interno do organismo, principalmente aos hormônios sexuais.

Os mecanismos que determinam essas variações genéticas relacionadas com o sexo são:

- Herança com efeito limitado ao sexo: ocorre quando alguns genes, embora presentes nos dois sexos, manifestam-se apenas em um deles — a penetrância do gene em um dos sexos é zero.
- Herança influenciada pelo sexo: ocorre quando alguns alelos têm sua expressão de dominância e de recessividade inversa em função do sexo do indivíduo — um gene tem efeito dominante em um sexo e recessivo em outro.

**2. HERANÇA RELACIONADA AO SEXO**

• Variações genéticas em função de genes localizados nos cromossomos sexuais:

- a) Herança ligada ao X
- b) Herança ligada ao Y

• Variações genéticas devidas a genes que, embora presentes nos dois sexos, têm seus efeitos alterados em função, principalmente, de hormônios sexuais:

- a) Herança com efeito limitado ao sexo: a penetrância do gene em um dos sexos é zero.
- b) Herança influenciada pelo sexo: um alelo é dominante em um sexo e recessivo em outro.

**3. Herança parcialmente ligada ao sexo**

Como esse tipo de herança está relacionado com genes localizados na região homóloga dos cromossomos sexuais, o mecanismo de herança é o mesmo aplicado a genes que se localizam em autossomos.

**4. Herança ligada ao sexo**

Um exemplo de herança ligada ao sexo na espécie humana é o **daltonismo**, anomalia que impossibilita ao indivíduo distinguir cores como o vermelho, o verde e o azul. O alelo que determina o daltonismo localiza-se na região não-homóloga do cromossomo X e é recessivo. Vamos representá-lo pela letra d.

Para a mulher manifestar daltonismo, ela precisa ser homozigota recessiva, ou seja, o alelo d precisa estar em dose dupla. Para o homem, uma vez presente o gene d, o daltonismo já se manifesta. Por causa disso, a freqüência de homens daltônicos na população é maior que a de mulheres daltônicas.

**5. Herança restrita ao sexo**

Nesse tipo de herança, os genes estão localizados na região do cromossomo Y que não tem homologia com o cromossomo X. Esses genes são denominados genes holândricos: (*holo* = "todos"; *andrico* = "masculino").

**Cromatina sexual**

Em 1949, o geneticista canadense Murray Llewellyn Barr (1908–1995) e seu aluno Ewart George Bertran (1923–) descobriram que existe uma heterocromatina exclusiva do núcleo das células femininas dos mamíferos. Essa cromatina ficou conhecida como **corpo de Barr**.

Anos depois, em 1961, na Conferência de Paris, a citogeneticista britânica Mary Francês Lyon (1925–) sugeriu que o corpúsculo de Barr seria o segundo cromossomo X inativo e que ele passasse a ser chamado **cromatina sexual**. Por que o segundo cromossomo X fica inativo? Principalmente para "compensar a dosagem", ou seja, a inativação é necessária para equilibrar a carga genética entre os dois sexos, visto que o cromossomo Y é menor que o X.

**01. (PUCPR 2004) Analise as afirmações:**

- I. O daltonismo é transmitido por herança genética.
- II. A hemofilia é uma herança genética ligada aos cromossomos sexuais.
- III. O genoma humano é de 46 cromossomos.

Está correta ou estão corretas:

- a) Somente I e II.
- b) I, II e III.
- c) Somente II e III.
- d) Somente I e III.
- e) Nenhuma.

**02. (UFMG 2004) A distrofia muscular do tipo Duchenne, doença recessiva ligada ao cromossomo X, caracteriza-se por debilidade muscular progressiva e deformidades ósseas, inicia-se na infância e impede a reprodução dos afetados.**

Considerando-se essas informações e outros conhecimentos sobre o assunto, é **INCORRETO** afirmar que

- a) casais com filhos afetados têm 25% de probabilidade de ter outra criança com essa doença.
- b) indivíduos do sexo masculino afetados por essa distrofia muscular são filhos de mães heterozigotas.
- c) indivíduos do sexo masculino que possuem um gene mutante para essa distrofia manifestam a doença.
- d) mulheres afetadas recebem os cromossomos X materno e paterno com o gene para essa distrofia.

**03. (UFPI 2003) A cegueira da cor verde na espécie humana é uma característica recessiva ligada ao sexo. Em uma família, a filha possui visão normal, enquanto o filho não enxerga a cor verde. É correto afirmar que:**

- a) a mãe, obrigatoriamente, apresenta a cegueira da cor verde.
- b) o pai é heterozigoto para a cegueira da cor verde.
- c) o pai é homozigoto para a cegueira da cor verde.
- d) a mãe é, pelo menos, heterozigota para a cegueira da cor verde.
- e) o pai, obrigatoriamente, apresenta a cegueira da cor verde.

**04. (UFRS 2004) Em um caso de disputa da paternidade de um menino hemofílico, estão envolvidos um homem que tem a doença e outro que não a tem. (Hemofilia: herança recessiva ligada ao X)**

Analise as afirmações abaixo a esse respeito.

- I. As bases genéticas da hemofilia apóiam a paternidade do homem hemofílico.
- II. O homem não-hemofílico pode ser o pai do menino.
- III. O homem hemofílico não pode ser o pai do menino.

Quais estão corretas?

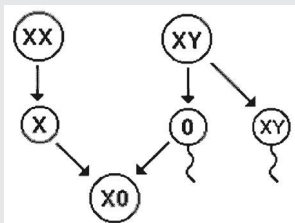
- a) Apenas I.
- b) Apenas II.
- c) Apenas III.
- d) Apenas I e II.
- e) Apenas II e III.

# Desafio Biológico

01. (G2) A presença de cromatina sexual predominante em número de células femininas está relacionada a cromossomos:

- Y inativos;
- X inativos;
- autossômicos inativos;
- autossômicos que não se dividiram;
- autossômicos agregados.

02. (G2) O esquema a seguir mostra a formação dos gametas responsáveis pela produção de um indivíduo com alteração do seu número cromossômico.



Entre as características que esse indivíduo passará a apresentar, teremos:

- sexo masculino;
- caracteres sexuais desenvolvidos;
- cariótipo normal;
- ausência de cromatina sexual;
- estatura elevada.

03. (Unaerp) Durante as Olimpíadas, é comum fazer-se teste da cromatina sexual ou corpúsculo de Barr nas mulheres. Esse teste permite o diagnóstico citológico do sexo feminino. Uma mulher normal apresentará, em suas células bucais,:

- Dois cromossomos X, sendo que um deles é a cromatina sexual.
- Três cromossomos Y, sendo que um deles é a cromatina sexual.
- Dois cromossomos X e blocos de cromatina sexual.
- Três cromossomos X, sendo que dois deles formam a cromatina sexual.
- Um cromossomo X apenas.

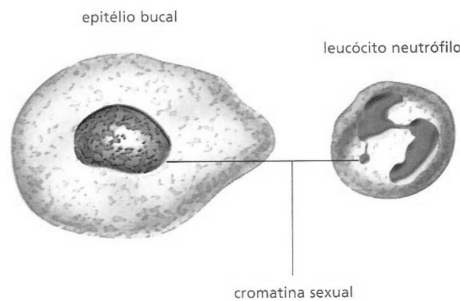
04. (Fatec) A hipertricose auricular é uma anomalia genética condicionada por um gene localizado no cromossomo Y. Um homem com hipertricose casa-se, e todos os seus filhos são homens.

Na próxima geração dessa família, esse gene se manifestará

- em todas as mulheres;
- em todos os homens;
- em 50% das mulheres e 50% dos homens;
- somente nas mulheres heterozigotas;
- somente nos homens heterozigotos.

05. (UFPI) Como exemplo de característica na espécie humana, determinada por genes localizados no cromossomo Y, ou seja, por genes holândricos, temos:

- a diferenciação dos testículos;
- o aparecimento do corpúsculo de Barr;
- a hemofilia;
- o daltonismo;
- o albinismo.



## Alterações numéricas do cariótipo

As alterações no número de cromossomos são causadas pela não-disjunção (não-separação) dos cromossomos, principalmente durante a segunda divisão da meiose. As principais alterações são:

- **Síndrome de Down** – Trissomia do grupo G (cromossomos 21 e 22), cuja frequência é de 1 em cada 800 nascimentos. O portador, do sexo masculino ou feminino, apresenta um cromossomo 21 adicional; por isso, o seu cariótipo é  $47 = 44 A + XX$  ou  $XY + 21$ . Conhecida como mongolismo, a trissomia 21 é mais comum em crianças nascidas de mulheres acima de 40 anos. As características principais do portador são implante baixo de orelhas, mãos curtas e largas com uma única prega palmar transversa (linha simiesca), olhos oblíquos, língua protrusa e diminuição da capacidade intelectual.
- **Síndrome de Patau** – Trissomia do grupo D (cromossomos 13, 14 ou 15); a mais comum é a trissomia 13, cuja frequência é de 1 em 25.000 nascimentos. O portador, do sexo masculino ou feminino, apresenta lábio leporino, cabeça pequena (microcefalia), olhos pequenos (microftalmia), má-formações cardíacas. Geralmente ocorre polidactilia, surdez e cegueira. Os portadores morrem precocemente.
- **Síndrome de Edwards** – Trissomia do grupo E (cromossomos 16, 17 e 18); a mais comum é a trissomia 18, cuja frequência é de 1 em 8000 nascimentos. O portador, do sexo masculino ou feminino, apresenta implante baixo de orelhas, alterações neurológicas graves, mãos e pés encurvados, queixo pequeno (micrognatia) e má-formações dos sistemas urinário, reprodutor e cardiovascular. Os portadores morrem precocemente.

## Hipótese de Lyon

Essa hipótese admite que o corpúsculo de Barr resulta da inativação do segundo cromossomo X. Os estudos confirmaram essa idéia e mostraram que a inativação ocorre nas primeiras divisões do zigoto, nos três primeiros dias após a fecundação.

A hipótese de Lyon explica o mosaicismo das doenças genéticas localizadas no cromossomo X, como a displasia ectodérmica anidrótica (ausência de glândulas sudoríparas), o daltonismo e a hemofilia. Nesses casos, a inativação do X provoca o aparecimento do mosaicismo, fenômeno que se caracteriza pela presença, em um mesmo indivíduo, de duas ou mais linhagens de células derivadas do mesmo zigoto.

Um exemplo clássico é a displasia ectodérmica anidrótica, em que as mulheres heterozigotas ( $X^A X^a$ ) ficam com a pele manchada, formando um mosaico caracterizado por áreas de manchas claras e escuras. O fenômeno pode ser observado passando um corante sobre a pele. Os homens não apresentam mosaico porque só possuem um cromossomo X; logo têm a pele toda clara ( $X^A X^a$ ) ou toda manchada ( $X^a X^a$ ).

No daltonismo, ocorre algo semelhante. Algumas mulheres heterozigotas ( $X^D X^d$ ) apresentam visão normal em um dos olhos e daltonismo no outro.

## Divisão celular

A célula eucariótica pode reproduzir-se por dois

processos: mitose e meiose. No entanto, antes de iniciarmos o estudo dos processos reprodutivos, há necessidade de conhecermos o ciclo de vida da célula.

## Biodiversidade

*Gata pode ter três cores, e gato, apenas duas*

Entre os gatos, as fêmeas podem ter três cores de pelagem, e os machos, somente duas. Isso acontece porque a coloração do pêlo desses animais depende de um par de genes situados no cromossomo X. Um deles é responsável pela cor preta ( $X^B$ ), e o outro, pela cor amarela ( $X^A$ ). Existe um terceiro gene autossômico (não localizado nos cromossomos sexuais) que é responsável pela cor branca.

Como têm apenas um cromossomo X, os machos só podem ser de duas cores: preto e branco ou amarelo e branco. As fêmeas possuem dois cromossomos X; por isso, podem ser de duas cores (preto e branco ou amarelo e branco) ou de três cores (preto, amarelo e branco).



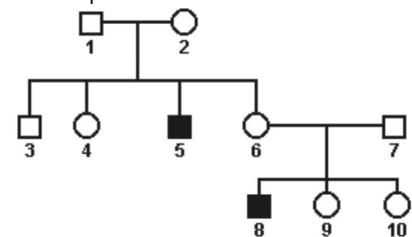
A fêmea heterozigota ( $X^A X^B$ ) possui as cores amarela e preta sobre um fundo branco.



## Exercícios

01. (Fatec) O daltonismo é causado por um gene recessivo localizado no cromossomo X na região não-homóloga ao cromossomo Y.

Na genealogia abaixo, os indivíduos representados com símbolos escuros são daltônicos e os demais têm visão normal para as cores.



É correto afirmar que

- a mulher 6 é homozigota;
- as mulheres 2 e 4 são, certamente, heterozigotas;
- os homens 1, 3 e 7 são portadores do gene para o daltonismo;
- as filhas do casal 6 e 7 são, certamente, portadoras do gene para o daltonismo;
- se o pai de 2 era afetado pelo daltonismo, certamente a mãe tinha fenótipo normal.

02. (Fatec) Na espécie humana, a determinação cromossômica do sexo é dada pelos cromossomos X e Y. O cromossomo Y apresenta genes holândricos, isto é, genes que não possuem homologia com o cromossomo X. As características condicionadas por tais genes são

- transmitidas da mãe para 100% das filhas;
- transmitidas do pai para 100% dos filhos homens;
- transmitidas do pai só para as filhas;
- transmitidas do pai para os filhos homens e filhas em 100% dos casos;
- exclusivas das mulheres.





## Determinantes

Entenderemos por determinante, como sendo um número ou uma função, associado a uma matriz quadrada, calculado de acordo com regras específicas.

**É importante observar que só as matrizes quadradas possuem determinante.**

**Determinante de ordem 2.**

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Dada a matriz quadrada de ordem 2

temos que:

O determinante de A será indicado por  $\det(A)$  e calculado da seguinte forma:

$$\det(A) = |A| = ad - bc$$

**Exemplo:**

1. Calcular o determinante da matriz  $A =$

$$\begin{bmatrix} \sin x & \cos x \\ -\cos x & \sin x \end{bmatrix}$$

**Solução:**

$$\begin{bmatrix} \sin x & \cos x \\ -\cos x & \sin x \end{bmatrix} = \sin x \cdot \sin x - [\cos x \cdot (-\cos x)] \\ = \sin x \cdot \sin x + \cos x \cdot \cos x$$

Ora,  $\sin x \cdot \sin x + \cos x \cdot \cos x = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$  (Relação Fundamental da Trigonometria). Portanto o determinante da matriz dada é igual a unidade.

**Determinante de ordem 3 (Regra de SARRUS).**

1. Reescreva, abaixo da 3.ª linha do determinante, a 1.ª e 2.ª linhas do determinante.
2. Efetue os produtos em "diagonal", atribuindo sinais negativos para os resultados à esquerda e sinais positivos para os resultados à direita.
3. Efetue a soma algébrica. O resultado encontrado será o determinante associado à matriz dada.

**Exemplo:**

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 3 + 1 + 4 = 8$$

-      +

Portanto o determinante procurado é o número real positivo 8.

**Exemplo:**

1. Quais os valores assumidos pela função

$$f(x) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \sin 2x \\ \cos x & 1 & \sin x \\ 0 & \sin x & 1 \end{vmatrix}, \forall x \in \mathbb{R}?$$

- a)  $[0;1]$       b)  $]0;1]$       c)  $[0;1[$   
d)  $]0;1[$       e)  $[0;2]$

**Solução:**

$f(x) = \sin x \cdot \cos x \cdot \sin 2x = (1/2) \cdot \sin 2x \cdot \sin 2x = (1/2) \cdot \sin^2 2x$   
Como  $-1 \leq \sin 2x \leq 1$ , temos que  $0 \leq \sin^2 2x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq (1/2) \sin^2 2x \leq 1/2 \leq 0 \leq f(x) \leq 1/2$

**Principais propriedades dos determinantes**

1. Somente as matrizes quadradas possuem determinantes.
2. Os determinantes de uma matriz e de sua transposta são iguais:  $\det(A) = \det(A^t)$ .
3. O determinante que tem todos os elementos de uma fila iguais a zero é nulo.  
**Obs.:** Chama-se **FILA** de um determinante qualquer LINHA ou COLUNA.
4. Se trocarmos de posição duas filas paralelas de um determinante, ele muda de sinal.
5. O determinante que tem duas filas paralelas iguais ou proporcionais é nulo.
6. Multiplicando-se (ou dividindo-se) os elementos de uma fila por um número, o determinante fica multiplicado (ou dividido) por esse número.
7. Um determinante não se altera quando se substitui uma fila pela soma desta com uma

fila paralela, multiplicada por um número real qualquer.

8. Determinante da matriz inversa:

$$\det(A^{-1}) = 1/\det(A).$$

Se  $A^{-1}$  é a matriz inversa de A, então  $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_n$ , onde  $I_n$  é a matriz identidade de ordem n. Nessas condições, podemos afirmar que  $\det(A \cdot A^{-1}) = \det(I_n)$  e, portanto, igual a 1.

Logo podemos também escrever  $\det(A) \cdot \det(A^{-1}) = 1$ ; logo concluímos que  $\det(A^{-1}) = 1/\det(A)$ .

**Notas:**

1. Se  $\det(A) = 0$ , não existe a matriz inversa  $A^{-1}$ . Dizemos, então, que a matriz A é SINGULAR ou NÃO INVERSÍVEL.
  2. Se  $\det A \neq 0$ , então a matriz inversa  $A^{-1}$  existe e é única. Dizemos, então, que a matriz A é INVERSÍVEL.
  3. Se todos os elementos situados de um mesmo lado da diagonal principal de uma matriz quadrada de ordem n forem nulos (matriz triangular), o determinante é igual ao produto dos elementos da diagonal principal.
9. Se A é matriz quadrada de ordem n e  $k \in \mathbb{R}$ , então  $\det(k \cdot A) = k^n \cdot \det A$

**Exemplos:**

1) Qual o determinante associado à matriz?

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 8 \\ 0 & 4 & -1 & 0 \\ 3 & 10 & 87 & 100 \\ 6 & 9 & 3 & 24 \end{bmatrix}$$

Observe que a 4.ª linha da matriz é proporcional à 1.ª linha (cada elemento da 4.ª linha é obtido multiplicando os elementos da 1.ª linha por 3). Portanto, pela propriedade P5, o determinante da matriz dada é NULO.

2) Calcule o determinante:

$$D = \begin{bmatrix} 25 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 34 \\ 32 & 0 & 87 \end{bmatrix}$$

Observe que a 2.ª coluna é composta por zeros; **FILA NULA POSSUI DETERMINANTE NULO**, conforme propriedade P3 acima. Logo  $D=0$ .

3) Calcule o determinante:

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 67 & 5 & 0 \\ 44 & 21 & 9 \end{bmatrix}$$

Ora, pela propriedade P9 acima, temos:  $D = 2 \cdot 5 \cdot 9 = 90$

**Definições**

1. Chama-se Menor Complementar ( $D_{ij}$ ) de um elemento  $a_{ij}$  de uma matriz quadrada A ao determinante que se obtém eliminando-se a linha i e a coluna j da matriz.

Assim, dada a matriz quadrada de terceira ordem (3x3) A a seguir:

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 5 & 7 & 9 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Podemos escrever:

$D_{23}$  = menor complementar do elemento  $a_{23} = 9$  da matriz A. Pela definição,  $D_{23}$  será igual ao determinante que se obtém de A, eliminando-se a linha 2 e a coluna 3, ou seja:

$$D_{23} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot 5 - 3 \cdot 0 = 10$$

Da mesma forma, determinaríamos  $D_{11}$ ,  $D_{12}$ ,  $D_{13}$ ,  $D_{21}$ ,  $D_{22}$ ,  $D_{31}$ ,  $D_{32}$  e  $D_{33}$ . Faça os cálculos como exercício!

2. Cofator de um elemento  $a_{ij}$  de uma matriz:  $\text{cof}(a_{ij}) = (-1)^{i+j} \cdot D_{ij}$ . Assim, por exemplo, o cofator do elemento  $a_{23} = 9$  da matriz do exemplo anterior seria igual a:  $\text{cof}(a_{23}) = (-1)^{2+3} \cdot D_{23} = (-1)^5 \cdot 10 = -10$ .

**Exemplo:**  
O cofator do elemento  $a_{23}$  da matriz  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

- a) 2      b) 1      c) -1  
d) -2      e) 3

**Solução:**

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -2$$

# Desafio Matemático

01. Se  $A = (a_{ij})$  é matriz quadrada de ordem 3 tal que  $a_{ij} = i - j$ , então podemos afirmar que o seu determinante é igual a:

- a) 0      b) 1      c) 2  
d) 3      e) -4

02. Calcule o determinante da matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

03. Considere a matriz  $A = (a_{ij})_{4 \times 4}$  definida por  $a_{ij} = 1$  se  $i^3 = j$  e  $a_{ij} = i + j$  se  $i < j$ . Pedese calcular a soma dos elementos da diagonal secundária.

04. As matrizes A e B, quadradas de ordem 3, são tais que  $B = 2 \cdot A^t$ , onde  $A^t$  é a matriz transposta de A. Se o determinante de B é igual a 40, então o determinante da matriz inversa de A é igual a:

- a) 1/5      b) 5      c) 1/40  
d) 1/20      e) 20

05. Dadas as matrizes  $A = (a_{ij})_{3 \times 4}$  e  $B = (b_{ij})_{4 \times 1}$  tais que  $a_{ij} = 2i + 3j$  e  $b_{ij} = 3i + 2j$ , o elemento  $c_{12}$  da matriz  $C = A \cdot B$  é:

- a) 12  
b) 11  
c) 10  
d) 9  
e) inexistente

06. Calcule o valor de x, a fim de que o determinante da matriz  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 9 & 4 \\ 6 & x & x-7 \end{bmatrix}$  seja nulo.

- a) 10  
b) 13  
c) 12  
d) 15  
e) 4

07. Sabendo-se que a matriz  $\begin{bmatrix} -1 & c & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ a & b & -2 \end{bmatrix}$  é simétrica, calcule o determinante da matriz  $A - A^2 + I^2$ .

- a) 76  
b) 67  
c) -76  
d) -67  
e) 66

08. Se  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2+2^x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3-2^x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-2^x \end{vmatrix} = 0$ , qual é o valor de  $2x$ ?

- a) 2  
b) -2  
c) 1/2  
d) 3/2

01. O valor do determinante abaixo é:

$$\begin{vmatrix} a & b & 0 & 0 \\ a & 0 & c & 0 \\ a & 0 & 0 & d \\ 0 & b & c & d \end{vmatrix}$$

- a)  $3abcd$       b)  $2abcd$       c)  $3abc$   
 d)  $-3abc$       e)  $-2abd$

02. O valor de  $\begin{vmatrix} \cos a & -\operatorname{sen} a & 0 \\ \operatorname{sen} a & \cos a & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$  é:

- a)  $4(\cos a + \operatorname{sen} a)$       d)  $2$   
 b)  $4$       e)  $0$   
 c)  $2(\cos^2 a - \operatorname{sen} a)$

03. A condição para que o determinante da matriz  $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$  seja diferente

de zero é:

- a)  $a = 1$  e  $a = 2$       d)  $a \neq -1$  e  $a \neq 2$   
 b)  $a \neq 1$  e  $a \neq -2$       e)  $a \neq 1$  e  $a \neq -2$   
 c)  $a > 0$

04. Se  $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -5 & 7 \end{pmatrix} = M = A^t + A^{-1}$ , então o determinante da matriz M é igual a:

- a)  $-89$       b)  $-39$       c)  $0$   
 d)  $-1$       e)  $39$

05. Determine o valor de k para que o determinante da matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & k \\ 1 & 0 & k \end{pmatrix}$  seja nulo.

- a)  $3/2$       b)  $2$       c)  $2/3$   
 d)  $3$       e)  $0$

06. As matrizes A e B, quadradas de ordem 2, são tais que  $B = 3.A^t$ , onde  $A^t$  é a matriz transposta de A. Se o determinante de B é igual a 20, então o determinante da matriz inversa de A é igual a:

- a)  $1/5$       b)  $5$       c)  $1/40$   
 d)  $1/20$       e)  $1/6$

07. Seja a matriz A de ordem n, onde  $a_{ij} = 2$  para  $i = j$  e  $a_{ij} = 0$  para  $i \neq j$ . Se  $\det(3A) = 1296$ , então n é igual a:

08. Determine a soma dos elementos da diagonal principal da matriz  $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ , onde  $a_{ij} = i + j$  se  $i^3 = j$  ou  $a_{ij} = i - j$  se  $i < j$ . Qual o determinante de A?

09. Se  $A = (a_{ij})$  é matriz quadrada de ordem 3 tal que  $a_{ij} = i - j$ , então podemos afirmar que o determinante da matriz  $5A$  é igual a:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \log 2 & \log 20 & \log 200 & \log 2000 \\ (\log 2)^2 & (\log 20)^2 & (\log 200)^2 & (\log 2000)^2 \\ (\log 2)^3 & (\log 20)^3 & (\log 200)^3 & (\log 2000)^3 \end{vmatrix}$$

## Teorema de Laplace – Determinantes de ordem 3.

Para resolvermos determinantes por Laplace (para ordem 3 ou mais), precisamos de alguns conceitos, como menor complementar e cofator.

Dada a matriz  $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ , o menor complementar  $D_{ij}$  relativo a um elemento  $a_{ij}$  é dado por:

$$D_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \text{ ou seja, eliminamos a 1ª linha e a 1ª coluna da matriz A.}$$

$$D_{21} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \text{ ou seja, eliminamos a 2ª linha e a 1ª coluna da matriz A.}$$

E assim por diante.

Chama-se de cofator de  $a_{ij}$  o número real que se obtém multiplicando-se  $(-1)^{i+j}$  pelo menor complementar de  $a_{ij}$  e é representado por  $A_{ij}$ . Assim:  $A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot D_{11}$

## Teorema de Laplace para Solução do determinante

Para calcularmos o determinante usando a regra de Laplace, escolhemos uma linha ou uma coluna, e o determinante será a soma do produto dos elementos dessa linha ou coluna pelos respectivos cofatores.

### Exemplo:

1. Calcule o determinante da matriz  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ , usando a regra de Laplace:

### Solução:

Primeiro devemos escolher uma linha. Por exemplo, a 1ª:

$$\det A = a_{11} A_{11} + a_{12} A_{12} + a_{13} A_{13}$$

$$\det A = 2 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} + (-1) \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 2 \cdot 1 \cdot (1+8) + (-1) \cdot (-1) \cdot (0-20) + 3 \cdot 1 \cdot (0-5)$$

$$\det A = 18 - 20 - 15 \Rightarrow \det A = -17$$

## Solução de determinantes de ordem n > 3 pelo Teorema de Laplace.

A mesma regra utilizada anteriormente para matrizes de ordem 3 vale para determinarmos o determinante de matrizes de ordem maior que 3.

### Exemplo:

1. Calcule o valor de  $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & -4 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ .

- a) 2      b) 3      c) 4      d) 5      e) 6

### Solução:

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & -4 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 7 \\ -3 & 5 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -2 & 3 & 7 \\ -2 & 3 & -4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$-(10+1-42-35+3-4) - 2 \cdot (-8+3+28+9) = 67 - 64 = 3$$

## Cálculo da inversa de uma matriz.

1. A matriz inversa de uma matriz X é a matriz  $X^{-1}$ , tal que  $X \cdot X^{-1} = X^{-1} \cdot X = I_n$ , onde  $I_n$  é a matriz identidade de ordem n.

2. Matriz dos cofatores da matriz A: é a matriz obtida substituindo-se cada elemento pelo seu respectivo cofator.

Símbolo:  $\operatorname{cof} A$ .

3. Fórmula para o cálculo da inversa de uma matriz:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot (\operatorname{cof} A)^T$$

Onde:  $A^{-1}$  = matriz inversa de A;

$\det A$  = determinante da matriz A;

$(\operatorname{cof} A)^T$  = matriz transposta da matriz dos cofatores de A.

## Determinante de matrizes de Vandermonde

Chama-se matriz de Vandermonde a toda matriz quadrada de ordem n x n, ou seja,

$$M = \begin{bmatrix} a_1^0 & a_2^0 & a_3^0 & \dots & a_n^0 \\ a_1^1 & a_2^1 & a_3^1 & \dots & a_n^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 & \dots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & a_3^{n-1} & \dots & a_n^{n-1} \end{bmatrix}$$

com n linhas e n colunas, da forma geral.

Observe que, na matriz de Vandermonde anterior, temos:

1. a primeira linha é composta por bases do tipo  $a_i$  ( $i \in \mathbb{N}$ , conjunto dos números naturais) elevado a zero, ou seja,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  elevadas ao expoente zero e, portanto, são todas iguais a 1, pois  $a^0 = 1$  para todo  $a \in \mathbb{R}$ , conjunto dos números reais.

2. a segunda linha é composta por bases do tipo  $a_i$  elevado à unidade, ou seja,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  elevadas ao expoente um e, portanto, são todas iguais a si próprio, pois  $a^1 = a$  para todo  $a \in \mathbb{R}$ . Sendo assim, a matriz genérica acima pode ser reescrita na forma a seguir:

Numa matriz de Vandermonde, os elementos  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  são denominados elementos característicos da matriz. Assim, por exemplo, na matriz de Vandermonde abaixo,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 \\ 25 & 36 & 49 \end{bmatrix}$$

os elementos característicos são 5, 6 e 7. Observe que a matriz é de Vandermonde, pois, na terceira linha, os elementos são obtidos da segunda linha, quadrando cada termo, ou seja:

$$25 = 5^2, 36 = 6^2 \text{ e } 49 = 7^2.$$

Prova-se que o determinante de uma matriz de Vandermonde pode ser obtido multiplicando-se todas as diferenças possíveis entre os elementos característicos ( $a_i - a_k$ ) com a condição de que  $i > k$ . Assim, por exemplo, na matriz M acima, o determinante será igual a:

$$|M| = (6-5) \cdot (7-6) \cdot (7-5) = 1 \cdot 1 \cdot 2 = 2.$$

### Exemplo:

Calcule o determinante de Vandermonde abaixo:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 2 & 4 \\ 25 & 9 & 4 & 16 \\ 125 & 27 & 8 & 64 \end{bmatrix}$$

Ora, como os elementos característicos são 5, 3, 2 e 4, o determinante será igual a:

$$|D| = (3-5) \cdot (2-5) \cdot (2-3) \cdot (4-5) \cdot (4-3) \cdot (4-2) = (-2) \cdot (-3) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot 1 \cdot 2 = 12$$

Claro que esse método de cálculo aplica-se somente a matrizes de Vandermonde.

**Nota:** Como o determinante de Vandermonde é obtido multiplicando-se todas as diferenças possíveis ( $a_i - a_k$ ) entre os elementos característicos, com a condição que  $i > k$ , podemos concluir que, se pelo menos dois dos elementos característicos forem iguais entre si, o determinante será nulo, pois aparecerá um zero no produto.

### Exemplos:

01. Resolver a equação  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 7 & 5 & x \\ 4 & 25 & x^2 \end{vmatrix}$

### Solução:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 7 & 5 & x \\ 4 & 25 & x^2 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (5-7) \cdot (X-7) \cdot (x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-2) \cdot (x-7) \cdot (x-5) = 0 \Leftrightarrow x = 7 \text{ ou } x = 5$$

Então, se x for igual a 5 ou a 7, o determinante de Vandermonde acima será nulo.

02. Calcule o determinante a seguir:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \log 2 & \log 20 & \log 200 \\ (\log 2)^2 & (\log 20)^2 & (\log 200)^2 \end{vmatrix}$$

### Solução:

Repare que se trata de um determinante de Vandermonde, cujos elementos característicos são  $\log 2, \log 20$  e  $\log 200$ . Então, pelo que já vimos, o determinante será igual a:

$$D = (\log 20 - \log 2) \cdot (\log 200 - \log 2) \cdot (\log 200 - \log 20)$$

Aplicando a propriedade de logaritmo de quociente, vem:

$$D = \log(20/2) \cdot \log(200/2) \cdot \log(200/20) = \log 10 \cdot \log 100 \cdot \log 10 = 1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$$

### Nota:

Lembre-se de que  $\log(A/B) = \log A - \log B$ , para A e B positivos e, portanto, reciprocamente,  $\log A - \log B = \log(A/B)$ .



**DESAFIO FÍSICO (p. 3)**

- 01. A;
- 02. B;
- 03. C;
- 04. D;
- 05. a)  $\theta_2=30^\circ$ ; b)  $\Delta=15^\circ$ ; c)  $v_2=2,13 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

**DESAFIO FÍSICO (p. 4)**

- 01. B;
- 02. C;
- 03. B;
- 04. E;

**DESAFIO GEOGRÁFICO (p. 5)**

- 01. D;
- 02. A;
- 03. B;

**DESAFIO GEOGRÁFICO (p. 6)**

- 01. E;
- 02. A;
- 03. E;

**DESAFIO BIOLÓGICO (p. 07)**

- 01. B;
- 02. C;
- 03. A;
- 04. B;

**DESAFIO BIOLÓGICO (p. 08)**

- 01. E;
- 02. E;
- 03. B;
- 04. E;
- 05. E;

**DESAFIO LITERÁRIO (p. 9)**

- 01. E;
- 02. B;
- 03. E;
- 04. B;
- 05. A;

**DESAFIO QUÍMICO (p. 11)**

- 01. E;
- 02. C;
- 03. E;
- 04. B;
- 05. D;
- 06. E;
- 07. D;
- 08. A;
- 09. B;

**DESAFIO QUÍMICO (p. 12)**

- 01. A;
- 02. E;
- 03. D;
- 04. D;
- 05. A;
- 06. B;

**EXERCÍCIO (p. 12)**

- 01. E;
- 02. A;
- 03. C;
- 04. C;

**DESAFIO GEOGRÁFICO (p. 13)**

- 01. D;
- 02. A;
- 03. D;

**EXERCÍCIO (p. 14)**


- 01. B;
- 02. A;

**DESAFIO GEOGRÁFICO (p. 14)**

- 01. B;
- 02. D;
- 03. A;

**Aulas 192 a 198**

AULA	APOSTILA	MATÉRIA	DATA
192	32	História do Brasil/Geral (Dilton)	01/nov/08
193	32	Física (Carlos Jennings)	03/nov/08
194	32	Geografia da Amazônia/Brasil (Paulo Brito)	04/nov/08
195	33	Biologia (Jonas)	05/nov/08
196	33	Português (João Batista)	06/nov/08
197	33	Química (Campelo)	07/nov/08
198	33	Geografia Física Brasil/Geral (Habdell)	08/nov/08



# Obras para o vestibular UEA/2008

**LEITURA OBRIGATÓRIA****Infância****Carlos Drummond de Andrade**

Meu pai montava a cavalo, ia para o campo.  
Minha mãe ficava sentada cosendo.  
Meu irmão pequeno dormia.  
Eu sozinho menino entre mangueiras  
lia a história de Robinson Crusóé,  
comprida história que não acaba mais.

No meio-dia branco de luz uma voz que  
[aprendeu  
a ninar nos longes da senzala – e nunca se  
[esqueceu  
chamava para o café.  
Café preto que nem a preta velha  
café gostoso  
café bom.

Minha mãe ficava sentada cosendo  
olhando para mim:  
— Psiu... Não acorde o menino.  
Para o berço onde pousou um mosquito.  
E dava um suspiro... que fundo!

Lá longe meu pai campeava  
no mato sem fim da fazenda.

E eu não sabia que minha história  
era mais bonita que a de Robinson Crusóé.

1. **Anáfora** – Na primeira estrofe, a repetição dos possessivos (meu, minha), no início do verso, constitui anáfora. No terceira estrofe, o mesmo recurso poético: a repetição do substantivo “café”.
2. **Versos prosaicos** – Note que os versos são “prosaicos”: não têm um tamanho tradicional (entre 5 e 12 sílabas), ou seja, ultrapassam as medidas convencionais praticadas antes do Modernismo.
4. **Intertextualidade** – A referência à personagem Robson Crusóé (do romance *Robson Crusóé*, do escritor inglês Daniel Defoe) constitui intertextualidade, ou seja, utilização de textos ou de parte de textos preexistentes para a composição de obra literária.
5. **Valorização de cenas comuns** – Toda a poesia de Carlos Drummond de Andrade tem por lastro a valorização de coisas banais. É a transformação da vida trivial em texto de rara beleza, desmitificando o fazer poético, antes dependente de temas nobres e de inspiração divina.



# Expediente

Governador  
**Eduardo Braga**

Reitora  
**Marilene Corrêa da Silva Freitas**

Vice-Reitor  
**Carlos Eduardo de Souza Gonçalves**

Pró-Reitor de Administração  
**Fares Franc Abinader Rodrigues**

Pró-Reitor de Planejamento  
**Osail Medeiros de Souza**

Pró-Reitora de Ensino de Graduação  
**Edeina Mascarenhas Dias**

Pró-Reitor de Extensão e  
Assuntos Comunitários  
**Rogelio Casado Marinho Filho**

Pró-Reitor de Pós-Graduação e Pesquisa  
**José Luiz de Souza Pio**

Coordenador Geral  
**Regis Tres Albuquerque**

Coordenador de Professores  
**João Batista Gomes**

Coordenador de Ensino  
**Carlos Jennings**

Coordenadora de Comunicação  
**Liliane Maia**

Coordenador de Logística e Distribuição  
**Raymundo Wanderley Lasmar**

Produção  
**Renato Moraes**

Projeto Gráfico e Ilustrações / Editoração  
**Érica Lima / Horacio Martins**

**UEA**  
UNIVERSIDADE  
DO ESTADO DO  
AMAZONAS



# Referências Bibliográficas

## LÍNGUA PORTUGUESA

ALMEIDA, Napoleão Mendes de. *Dicionário de questões vernáculas*. 3. ed. São Paulo: Ática, 1996.

BECHARA, Evanildo. *Lições de português pela análise sintática*. Rio de Janeiro: Fundo de Cultura, 1960.

CEGALLA, Domingos Paschoal. *Dicionário de dúvidas da língua portuguesa*. 2. impr. São Paulo: Nova Fronteira, 1996.

CUNHA, Celso; CYNTRA, Lindley. *Nova gramática do português contemporâneo*. 3. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1985.

GARCIA, Othon M. *Comunicação em prosa moderna*. 13. ed. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 1986.

HOLANDA, Aurélio Buarque de. *Novo dicionário da língua portuguesa*. 2. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986.

HOUAISS, Antônio. *Pequeno dicionário enciclopédico Koogan Larousse*. 2. ed. Rio de Janeiro: Larousse do Brasil, 1979.

## HISTÓRIA

ACUÑA, Cristóbal de. *Informes de jesuítas en el amazonas: 1660-1684*. Iquitos-Peru, 1986.

\_\_\_\_\_. *Novo Descobrimento do Grande Rio das Amazonas*. Rio de Janeiro: Agir, 1994.

CARDOSO, Ciro Flamaron S. *América pré-colombiana*. São Paulo: Brasiliense, 1986 (Col. Tudo é História).

CARVAJAL, Gaspar de. *Descobrimento do rio de Orellana*. São Paulo: Nacional, 1941.

FERREIRA, Alexandre Rodrigues. (1974) *Viagem Filosófica pelas capitanias do Grão-Pará, Rio Negro, Mato Grosso e Cuiabá*. Conselho Federal de Cultura, Memórias. Antropologia.

## MATEMÁTICA

BIANCHINI, Edwaldo e PACCOLA, Herval. *Matemática*. 2.ª ed. São Paulo: Moderna, 1996.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. São Paulo: Ática, 2000.

GIOVANNI, José Ruy et al. *Matemática*. São Paulo: FTD, 1995.

## QUÍMICA

COVRE, Geraldo José. *Química Geral: o homem e a natureza*. São Paulo: FTD, 2000.

FELTRE, Ricardo. *Química: físico-química*. Vol. 2. São Paulo: Moderna, 2000.

LEMBO, Antônio. *Química Geral: realidade e contexto*. São Paulo: Ática, 2000.

REIS, Martha. *Completamente Química: físico-química*. São Paulo: FTD, 2001.

SARDELLA, Antônio. *Curso de Química: físico-química*. São Paulo: Ática, 2000.

## BIOLOGIA

AMABIS, José Mariano; MARTHO, Gilberto Rodrigues. *Conceitos de Biologia das células: origem da vida*. São Paulo: Moderna, 2001.

CARVALHO, Wanderley. *Biologia em foco*. Vol. Único. São Paulo: FTD, 2002.

LEVINE, Robert Paul. *Genética*. São Paulo: Livraria Pioneira, 1973.

LOPES, Sônia Godoy Bueno. *Bio*. Vol. Único. 11.ª ed. São Paulo: Saraiva, 2000.

MARCONDES, Ayton César; LAMMOGLIA, Domingos Ângelo. *Biologia: ciência da vida*. São Paulo: Atual, 1994.

## FÍSICA

ALVARENGA, Beatriz et al. *Curso de Física*. São Paulo: Harbra, 1979, 3v.

ÁLVARES, Beatriz A. et al. *Curso de Física*. São Paulo: Scipione, 1999, vol. 3.

BONJORNO, José et al. *Física 3: de olho no vestibular*. São Paulo: FTD, 1993.

CARRON, Wilson et al. *As Faces da Física*. São Paulo: Moderna, 2002.

Grupo de Reelaboração do Ensino de Física (GREF). *Física 3: eletromagnetismo*. 2.ª ed. São Paulo: Edusp, 1998.

PARANÁ, Djalmá Nunes. *Física*. Série Novo Ensino Médio. 4.ª ed. São Paulo: Ática, 2002.

RAMALHO Jr., Francisco et alii. *Os Fundamentos da Física*. 8.ª ed. São Paulo: Moderna, 2003.

TIPLER, Paul A. *A Física*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2000, 3v.

[www.uea.edu.br](http://www.uea.edu.br)

Endereço para correspondência:

Projeto Aprovar

Rua Comendador Clementino, 449 - Centro

CEP: 69025-000

Manaus- AM

Este material didático, que será distribuído nas unidades de Pronto Atendimento ao Cidadão (PAC) na capital, escolas da Rede Estadual de Ensino e unidades da UEA, é base para as aulas transmitidas diariamente (horário de Manaus), de segunda a sábado, nos seguintes meios de comunicação:

### EMISSORAS DE TV (horário Manaus)

**Amazonsat** - segunda a sábado, de 7h às 7h30.

**TV A Crítica** - segunda a sexta, de 6h15 às 6h45; sábado, de 7h às 7h30.

**TV RBN** - segunda a sexta, de 7h30 às 8h; sábado, de 8h às 8h30.

**TV Cultura** - segunda a sábado, de 6h30 às 7h.

**Sistema de TV/UEA** - segunda a sábado, de 12h às 12h30

### EMISSORAS DE RÁDIO

**Alvarães** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado, de 7h às 7h30

**Anori** - Rádio Anori FM - SOBEA - segunda a sábado, de 13h às 13h30

**Apui** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado, de 7h às 7h30;

Rádio Imperativa - segunda a sexta, de 19h30 às 20h; sábado, de 19h às 19h30

**Atalaia do Norte** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado 7h às 7h30

**Autazes** - Rádio Cabocla - segunda a sábado, de 12h às 12h30

**Barcelos** - Rádio Rio Negro - segunda a sábado, de 12h às 12h30; Rádio A Crítica FM - segunda a sábado, de 7h às 7h30

**Benjamin Constant** - Rádio Comunitária Nova Onda - segunda a sábado, de 11h30 às 12h;

Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, 12h às 12h30; sábado, de 7h às 7h30

**Boa Vista do Ramos** - Rádio Buiuna - segunda a sábado, de 13h às 13h30

**Boca do Acre** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado, de 7h às 7h30

**Borba** - Rádio Comunitária Santo Antônio - segunda a sábado, de 13h às 13h30; Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado, de 7h às 7h30

**Canutama** - Rádio Cultura FM - segunda a sábado, de 13h às 13h30; Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado, de 7h às 7h30

**Carauari** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado, de 7h30 às 8h

**Careiro Castanho** - Rádio Castanho - segunda a sábado, de 18h às 18h30

**Coari** - Rádio Educação Rural de Coari - segunda a sábado, de 19h às 19h30, Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30;

sábado de 7h às 7h30

**Codajás** - Rádio Açaí - segunda a sábado, de 19h às 19h30

**Eirunepé** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado, de 7h às 7h30

**Envira** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado 7h às 7h30

**Fonte Boa** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado, de 7h às 7h30

**Humaitá** - Rádio Vale Do Rio Madeira - segunda a sábado, de 12h às 12h30; Associação Comunitária de Desenvolvimento Artístico e Cultural de Humaitá - CODEARTH - segunda a sábado, de 7h às 7h30;

Rádio A Crítica FM - segunda a sábado, de 7h às 7h30

**IPIXUNA** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado de 7h às 07h30

**Itacoatiara** - Rádio Difusora - segunda a sábado, de 12h às 12h30; Rádio A Crítica FM - segunda a sábado, de 7h às 7h30; Rádio Panorama FM - segunda a sábado, de 13h às 13h30

**Itamarati** - Rádio FM do Povo - segunda a sábado, de 12h às 12h30

**Itapiranga** - Rádio Liberal - segunda a sábado, de 13h às 13h30

**Japurá** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado de 7h às 7h30

**Juruá** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado de 7h às 07h30

**Jutai** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado de 7h às 07h30;

Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado de 7h às 07h30

**Lábrea** - Rádio Educativa FM - segunda a sábado, de 12h às 12h30; Rádio A Crítica FM - segunda a sábado, de 7h às 07h30

**Manicoré** - Rádio Rio Madeira - segunda a sábado, de 12h às 12h30; Rádio A Crítica FM - segunda a sábado, de 7h às 07h30

**Maués** - Rádio Guaranópolis - segunda a sábado, de 12h às 12h30

**Nhamundá** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado, de 7h às 07h30

**Nova Olinda do Norte** - Rádio Comunitária Nova FM - segunda a sábado, de 13h às 13h30

**Novo Aripuanã** - Rádio Comunitária Tucumã FM - segunda a sábado, de 13h30 às 14h

**Novo Airão** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado de 7h às 07h30; Rádio Nova Conquista - segunda a sábado, de 10h às 10h30;

Rádio Nairão Comunicação - segunda a sábado, de 15h às 15h30

**Parintins** - Fundação Evangelista Nuntiandi - segunda a sábado, de 19h30 às 20h

**Pitinga** - Rádio A Crítica FM - segunda a sexta, de 12h às 12h30; sábado de 7h às 7h30

## POSTOS DE DISTRIBUIÇÃO

### PAC São José

Alameda Cosme Ferreira  
Shopping São José

### PAC Cidade Nova

Rua Noel Nutels, 1350  
Cidade Nova I

### PAC Compensa

Av. Brasil, 1325  
Compensa

### PAC Porto

Rua Marquês de Santa  
Cruz, s/n.º - armazém 10  
do Porto de Manaus

### PAC Alvorada

Av. Desembargador João  
Machado, 4922  
Planalto

### PAC Educandos

Av. Beira Mar, s/nº  
Educandos